Problema.

Dada la siguiente función de producción $Q=6K^{1/2}L^{1/2}$. Si el precio del trabajo es 18 y el costo del uso de capital es 8, se pide:

- La combinación de factores de producción óptima para un costo de 90
- La máxima producción alcanzable con la combinación hallada
- La combinación de factores de producción óptima para una producción de 130
- El mínimo costo alcanzable con la combinación hallada
- Graficar el equilibrio.

Solución.

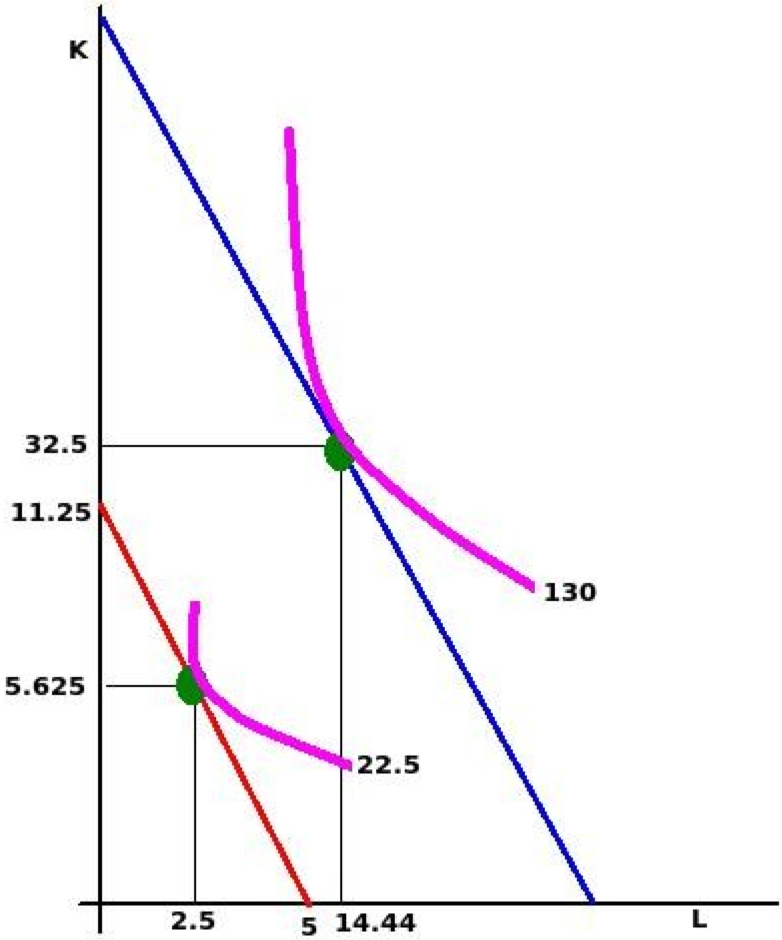
Si el costo es 90, entonces las combinaciones de los factores trabajo y capital que cuestan 90 se encuentran sobre la siguiente función isocosto $90=8K+18L$. La función de producción de largo plazo es del tipo Cobb Douglas. La pendiente de esta función representa la Tasa Técnica de Sustitución de Factores (TTSF). La TTSF es $TTSF=\frac{K}{L}$. En la combinación de factores de producción óptima, la pendiente de la isocosto debe ser igual a la pendiente de la isocuanta. La pendiente de la isocosto es $\frac{w}{r}=\frac{18}{8}=2{,}25$. En consecuencia $\frac{w}{r}=\frac{18}{8}=2{,}25=TTSF=\frac{K}{L}\rightarrow K=2{,}25L$. Y reemplazando esta relación en la recta isocosto, tenemos $90=8(2{,}25L)+18L\rightarrow L^*=2{,}5\rightarrow K^*=5{,}625$.

Conociendo la cantidad óptima de los factores, podemos obtener el máximo de producción mediante la función de producción $Q=6K^{1/2}L^{1/2}=22{,}5$.

Si lo que se quiere es producir 130 unidades, entonces como $K=2{,}25L$, reemplazamos esta relación en la función de producción $130=6(2{,}25L)^{1/2}L^{1/2}\rightarrow L^*=14{,}44\rightarrow K^*=32{,}5$.

Y el costo de esta producción de 130 unidades es $CT=8K+18L=519{,}92$.

El gráfico que sigue muestra los resultados alcanzados. (No se mantiene la misma escala en una isocuanta con relación a la otra, por razones de espacio).


K
32.5
11.25
5.625
130
22.5
2.5
5
14.44
L