Problema.

Un monopolista se enfrenta a las siguientes funciones de demanda y costos $P_1 = 70 - 5Q_1$, $P_2 = 180 - 2Q_2$, $CT = 90 + 20Q$, $Q = Q_1 + Q_2$. Se pide

- La cantidad vendida en cada mercado
- El precio de venta y el beneficio en cada mercado
- Probar que el precio más alto se paga en el mercado de menor elasticidad precio de demanda.

Solución.

Se trata de un problema de discriminación de precios de tercer grado. El costo marginal del monopolista es constante e igual a 20, $CMg = 20$. En consecuencia, basta igualar el ingreso marginal en cada segmento del mercado con el costo marginal para determinar precio y cantidad.

Igualando el ingreso marginal del segmento 1 con el costo marginal, tenemos:

$$IMg_1 = 70 - 10Q_1 = 20 \rightarrow Q_1 = 5 \rightarrow P_1 = 45$$

Igualando el ingreso marginal del segmento 2 con el costo marginal, tenemos:

$$IMg_2 = 180 - 4Q_1 = 20 \rightarrow Q_2 = 40 \rightarrow P_2 = 100$$

Los ingresos del monopolista son 45*5+100*40=4225. La producción del monopolista es 5+40=45. El costo total de producir 40 unidades es 90+20*45=990. Y entonces el beneficio total es 3235.

La elasticidad precio de demanda del segmento de mercado 1 es $\epsilon_1 = (\frac{dQ_1}{dP_1})(\frac{P_1}{Q_1}) = (\frac{1}{5})(\frac{45}{5}) = -1{,}8$ y la elasticidad precio de demanda del segmento de mercado 2 es $\epsilon_2 = (\frac{dQ_2}{dP_2})(\frac{P_2}{Q_2}) = (\frac{1}{2})(\frac{100}{40}) = -1{,}25$. El monopolista fija un precio menor donde la elasticidad es mayor (en valor absoluto).

Y debe cumplirse la siguiente relación:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1 + \frac{1}{\epsilon_2}}{1 + \frac{1}{\epsilon_1}}$$

Sabemos que $\frac{P_1}{P_2} = 0{,}45$. Y si calculamos $\frac{1 + \frac{1}{\epsilon_2}}{1 + \frac{1}{\epsilon_1}}$ obtenemos 0,45.