

GUÍA DIDÁCTICA

H.R. Varian, *Microeconomía Intermedia*, 5ª edición.

Prof. Félix Ibáñez

Septiembre 2006

ADVERTENCIA

La presente Guía Didáctica toma como referencia la quinta edición del libro de texto de Varian (*Microeconomía Intermedia*).

La presente versión es el resultado de una *actualización* y *revisión* de la tercera edición de la Guía Didáctica, adaptada a la quinta edición del libro de texto, vigente en la asignatura en estos últimos años.

Los cambios realizados respecto de la versión impresa editada por la UNED son mínimos.

Madrid, septiembre 2006

INTRODUCCIÓN

La presente Guía Didáctica pretende dos objetivos fundamentales:

- a) Facilitar el estudio del libro de texto de *H.R. Varian: Microeconomía Intermedia*. Editorial Antoni Bosch; con objeto de preparar la asignatura de *Microeconomía I* de segundo curso de Licenciatura en Economía.
- b) Orientar al alumno en la preparación de los exámenes de la citada asignatura al proponer preguntas de test al efecto.

Cada capítulo de la presente Guía Didáctica trata de los siguientes aspectos:

- a) Epígrafes que se eliminan de cara al examen.
- b) Erratas observadas (figuran al final de la Guía en un Apéndice, ordenadas por capítulos).
- c) Aclaraciones y comentarios al capítulo.
- d) Preguntas de test propuestas.
- e) Comentarios a los problemas del final del capítulo.

MATERIA DE EXAMEN

Constituye materia de examen los capítulos 2 a 22, ambos inclusive, del libro de texto; con excepción de los capítulos 9, 10, 11, 12, 13, 16 y 17.

Sin embargo, dentro de los capítulos que son materia de examen en algunos de ellos se eliminan ciertos epígrafes que se hacen constar en esta Guía Didáctica.

FORMA DE PROCEDER AL ESTUDIO DE LA ASIGNATURA

Se trata de un libro con escaso grado de formalización matemática, apareciendo esta última en los apéndices de cada capítulo, que se exigirán íntegramente en el examen salvo indicación contraria.

Existe un apéndice matemático elemental al final del libro que el alumno deberá repasar antes de iniciar la lectura de aquél y volver a consultarlo cuando precise. Lo único que no figura en el citado apéndice es la diferencial total de una función $x = f(y, z)$:

$$dx = \frac{\partial x}{\partial y} dy + \frac{\partial x}{\partial z} dz$$

Sin embargo el alumno que haya seguido un curso de matemáticas está perfectamente capacitado para entender el libro de texto sin ninguna dificultad.

Para abordar el estudio de este libro de texto se recomienda proceder del siguiente modo:

- a) Leer en primer lugar por encima el capítulo con sus apéndices para saber de qué trata en conjunto. Leer con más detenimiento el principio del mismo, donde normalmente aparece un resumen de lo que va a estudiarse en aquél, y el final, donde se recogen las conclusiones y resultados más relevantes contenidos en el capítulo en cuestión.
- b) Leer después *detenidamente* el capítulo y el apéndice correspondiente con papel y lápiz, poniendo énfasis en la interpretación de los gráficos y en la comprensión de la argumentación desarrollada, tanto desde un punto de vista lógico como formal-matemático.

En la lectura del libro de texto, el alumno debe tener en cuenta la fe de erratas que figura en un Apéndice, al final de la presente Guía Didáctica, y las Aclaraciones y Comentarios contenidos en esta última que hacen referencia al correspondiente capítulo del libro de texto.

- c) Después de *estudiar* el capítulo, el alumno debe tratar de contestar a las preguntas de test propuestas en aquél, que hacen referencia a conceptos y afirmaciones relevantes contenidas en el texto del capítulo, en los apéndices si los hubiere y en las Aclaraciones y Comentarios contenidos en la Guía Didáctica.

Las preguntas de test tienen normalmente cuatro respuestas (excepcionalmente tan sólo dos: verdadero/falso), de las cuales sólo una es correcta. La expresión "*Ninguna de las anteriores*", que aparece profusamente entre las respuestas a las preguntas de test reproducidas en la presente Guía Didáctica, es una versión abreviada de la frase: "Ninguna de las anteriores respuestas (a la pregunta de test correspondiente) es correcta".

Estas preguntas han sido extraídas directamente de la lectura del libro de texto, y aparecen formuladas en el mismo orden en que se desarrolla la exposición dentro de cada capítulo. Lógicamente, también hacen referencia a las Aclaraciones y Comentarios contenidos en la presente Guía Didáctica.

Cuando en la respuesta a las preguntas de test no aparece explicación alguna, es porque se infiere directamente de la lectura del libro de texto o de la Guía Didáctica. El trabajo del alumno deberá ser, pues, identificar el párrafo del texto o de la Guía Didáctica de donde ha surgido tal pregunta.

No se trata en ningún caso de preguntas rebuscadas, sino más bien de interrogantes que pretenden obligar al alumno a poner un énfasis especial en el estudio de ciertos párrafos del texto por contener ideas particularmente importantes.

- d) Una vez que el alumno domine el capítulo, ha de tratar de resolver los problemas que aparecen formulados al final del mismo, cuyas respuestas se encuentran al final del libro. Algunas de ellas aparecen comentadas y explicadas en la presente Guía.
- e) El alumno debe tener en cuenta, además, que los problemas del final de cada capítulo también pueden adoptar la forma de preguntas de test. Tales preguntas no se hacen explícitas en la presente Guía porque sería repetitivo.

FORMA DE LOS EXÁMENES

Los exámenes versarán sobre las preguntas de test propuestas explícitamente en la presente Guía a título orientativo, así como de otras que hagan referencia a los problemas o ejercicios que aparecen al final de cada capítulo del libro de texto.

Lógicamente en el examen aparecerán con ligeras variantes en algunos casos, en relación a como aparecen en la presente Guía Didáctica, con objeto de evitar cualquier memorización de las respuestas por parte del alumno.

No se exigirá en el examen nada ajeno a lo contenido en el libro de texto y en la presente Guía Didáctica.

El examen tendrá una duración de dos horas. Material autorizado: Programa de la asignatura y calculadora.

La puntuación del examen y demás aspectos relacionados con ésta figuran en la página web de la asignatura y en el enunciado del propio examen.

RECOMENDACIÓN GENERAL

La Microeconomía, en esencia, está constituida por un entramado de conceptos y supuestos, y un conjunto de implicaciones lógicas con una clara interpretación económica. Y como puente de unión entre ambos elementos aparecen ciertas deducciones matemáticas, que giran en torno al problema de la optimización (maximización/minimización) de una función objetivo sujeta normalmente a alguna restricción. De esta forma se modeliza el comportamiento del consumidor y del productor.

La Microeconomía, pues, no es una asignatura descriptiva que exija un gran esfuerzo de memorización en su aprendizaje. Es, más bien, una asignatura con un fuerte contenido lógico-deductivo, donde todas las afirmaciones realizadas se infieren rigurosamente de ciertos supuestos o premisas que, sin embargo, pueden ser discutibles; aunque nosotros, a lo largo del curso, no entraremos en ello.

Por consiguiente, el mejor rendimiento en la preparación de la asignatura de cara a los exámenes se obtiene *estudiando con regularidad a lo largo del curso*, dado que exige tiempo asimilar el contenido de aquélla y llegar a dominarla. Es mejor, pues, abordar tranquilamente el estudio de un tema cada semana a lo largo del cuatrimestre, que dedicar muchas horas seguidas justo antes de los exámenes, como es práctica corriente por parte de los alumnos.

NOTA ACLARATORIA GENERAL AL LIBRO DE TEXTO

En el libro de texto se emplea la siguiente notación:

$$\Delta x_2 / \Delta x_1$$

Se trata de incrementos o variaciones finitas de las variables.

Nosotros emplearemos *indistintamente* la notación siguiente:

$$dx_2 / dx_1$$

La derivada de x_2 respecto de x_1 , esto es, el cociente entre dos incrementos infinitesimales.

Se corresponde con la primera notación tomando límites, es decir, considerando variaciones infinitesimales de las variables.

CAPÍTULO 1

EL MERCADO

Este capítulo no es materia de examen, sin embargo debe leerse con atención.

COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO

1. En el problema 2, el precio de equilibrio cuando hubiera 25 apartamentos sería cualquiera situado entre 20.000 y 50.000 pesetas; debido a que para pasar de 25 a 26 apartamentos demandados el precio tiene que caer de 50.000 a 20.000 pesetas.
2. En el problema 5, el precio de los apartamentos subiría debido a que se reduciría la oferta de apartamentos.
3. Problema 7. El monopolista maximizaría sus ingresos:

$$R(p) = pD(p) = 100p - 2p^2$$

Calculando la primera derivada de esta función e igualando a cero, tendremos:

$$dR / dp = 100 - 4p = 0 \quad p^* = 25$$

Sustituyendo en la curva de demanda resultará $D^* = 50$.

CAPÍTULO 2

LA RESTRICCIÓN PRESUPUESTARIA

De este capítulo se elimina el epígrafe: "El programa de cupones de alimentación".

PREGUNTAS DE TEST

2.1. La restricción presupuestaria adopta la siguiente expresión formal:

- a) $p_1X_1 + p_2X_2 = m$.
- b) $p_1X_1 + p_2X_2 \geq m$.
- c) $p_1X_1 + p_2X_2 \leq m$.
- d) $p_1X_1 + p_2X_2 > m$.

RESPUESTA: c.

2.2. El conjunto presupuestario está formado por el conjunto de cestas de consumo (x_1, x_2) que satisfacen la siguiente condición:

- a) $p_1X_1 + p_2X_2 = m$.
- b) $p_1X_1 + p_2X_2 \geq m$.
- c) $p_1X_1 + p_2X_2 \leq m$.
- d) $p_1X_1 + p_2X_2 > m$.

RESPUESTA: c.

2.3. La recta presupuestaria adopta la siguiente expresión formal:

- a) $p_1X_1 + p_2X_2 = m$.
- b) $p_1X_1 + p_2X_2 \geq m$.
- c) $p_1X_1 + p_2X_2 \leq m$.
- d) $p_1X_1 + p_2X_2 > m$.

RESPUESTA: a.

2.4. La recta presupuestaria adopta la siguiente expresión formal:

- a) $x_2 = \frac{p_2}{m} - \frac{p_1}{p_2} x_1$.
- b) $x_1 = \frac{p_2}{m} - \frac{p_1}{p_2} x_2$.

$$c) \quad x_1 = \frac{p_2}{m} - \frac{p_2}{p_1} x_2 .$$

$$d) \quad x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 .$$

RESPUESTA: d.

2.5. Si representamos el bien 2 en el eje de ordenadas y el bien 1 en el de abscisas. La ordenada en el origen de la recta presupuestaria es:

- a) m/p_2 .
- b) p_2/m .
- c) m/p_1 .
- d) $-p_1/p_2$.

RESPUESTA: a.

2.6. Si representamos el bien 2 en el eje de ordenadas y el bien 1 en el de abscisas. La abscisa en el origen de la recta presupuestaria es:

- a) m/p_2 .
- b) p_2/m .
- c) m/p_1 .
- d) $-p_1/p_2$.

RESPUESTA: c.

2.7. Si representamos el bien 2 en el eje de ordenadas y el bien 1 en el de abscisas. La pendiente de la recta presupuestaria es:

- a) m/p_2 .
- b) $-p_2/p_1$.
- c) m/p_1 .
- d) $-p_1/p_2$.

RESPUESTA: d.

2.8. Dada la renta de un consumidor. Si éste desea adquirir en el mercado una unidad adicional del bien 1 deberá renunciar a:

- a) p_1 unidades del bien 2.
- b) p_2 unidades del bien 2.
- c) p_1/p_2 unidades del bien 2.
- d) p_2/p_1 unidades del bien 2.

RESPUESTA: c.

Explicación: Consideremos que la restricción presupuestaria se satisface estrictamente. Calculando entonces la diferencial total de la recta presupuestaria, sabiendo que ni la renta ni los precios varían, debe cumplirse:

$$p_1 dx_1 + p_2 dx_2 = dm = 0$$

De ahí se deduce fácilmente:

$$dx_2 = -\frac{p_1}{p_2} dx_1$$

2.9. Dada la renta de un consumidor. Si éste desea adquirir en el mercado una unidad adicional del bien 2 deberá renunciar a:

- a) p_1 unidades del bien 1.
- b) p_2 unidades del bien 1.
- c) p_1/p_2 unidades del bien 1.
- d) p_2/p_1 unidades del bien 1.

RESPUESTA: d.

Explicación: De acuerdo con la pregunta anterior podemos deducir:

$$dx_1 = -\frac{p_2}{p_1} dx_2$$

2.10. Dada la renta de un consumidor. ¿Cuál es el coste de oportunidad de adquirir en el mercado una unidad adicional del bien 1?

- a) p_1 unidades del bien 2.
- b) p_2 unidades del bien 2.
- c) p_1/p_2 unidades del bien 2.
- d) p_2/p_1 unidades del bien 2.

RESPUESTA: c.

Explicación: $dx_2 = -\frac{p_1}{p_2} dx_1$.

2.11. Dada la renta de un consumidor. ¿Cuál es el coste de oportunidad de adquirir una unidad adicional del bien 2?

- a) p_1 unidades del bien 1.
- b) p_2 unidades del bien 1.
- c) p_1/p_2 unidades del bien 1.
- d) p_2/p_1 unidades del bien 1.

RESPUESTA: d.

Explicación: $dx_1 = -\frac{p_2}{p_1} dx_2$.

2.12. Si la renta de un consumidor aumenta, la recta presupuestaria se desplaza:

- a) Paralelamente, alejándose del origen de coordenadas.
- b) Paralelamente, acercándose al origen de coordenadas.
- c) Cambia de inclinación.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

2.13. Si la renta de un consumidor disminuye, la recta presupuestaria se desplaza:

- a) Paralelamente, alejándose del origen de coordenadas.
- b) Paralelamente, acercándose al origen de coordenadas.
- c) Cambia de inclinación.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

2.14. Si el precio del bien 1 crece y el del bien 2 cae, la recta presupuestaria:

- a) Aumenta su inclinación.
- b) Disminuye su inclinación.
- c) Se desplaza paralelamente.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

Explicación: La pendiente de la recta presupuestaria es en valor absoluto p_1/p_2 . Luego crece la pendiente de la recta presupuestaria en valor absoluto.

2.15. Si los precios de ambos bienes se multiplican por $t > 1$, la recta presupuestaria:

- a) Aumenta su inclinación.
- b) Disminuye su inclinación.
- c) Se desplaza, acercándose al origen de coordenadas.
- d) Se desplaza, alejándose del origen de coordenadas.

RESPUESTA: c.

Explicación: La pendiente no se altera. Pero la ordenada en el origen es ahora m/p_2t (disminuye) y la abscisa en el origen es ahora m/p_1t (disminuye también). Por tanto la recta presupuestaria se desplaza paralelamente hacia el origen de coordenadas, como si la renta del consumidor hubiera pasado de m a m/t , es decir, como si se hubiera reducido permaneciendo los precios constantes. La nueva recta presupuestaria adopta entonces la siguiente expresión formal:

$$tp_1x_1 + tp_2x_2 = m \quad p_1x_1 + p_2x_2 = \frac{m}{t}$$

2.16. Si los precios de ambos bienes y la renta se multiplican por t , la recta presupuestaria:

- a) No se altera.
- b) Cambia de inclinación.
- c) Se desplaza paralelamente.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.*Explicación:* La nueva recta presupuestaria es:

$$tp_1x_1 + tp_2x_2 = tm$$

Que es exactamente igual a la originaria: $p_1x_1 + p_2x_2 = m$.**COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO**

1. En el problema 3, la recta presupuestaria originaria tiene una pendiente en valor absoluto p_1/p_2 . La nueva recta presupuestaria tiene una pendiente en valor absoluto $2p_1/3p_2$. Se cumple que $\frac{p_1}{p_2} > \frac{2p_1}{3p_2}$; por tanto, disminuye la pendiente de la recta presupuestaria en valor absoluto, es decir, ésta se hace más horizontal.

2. Problema 6. La pendiente de la nueva recta presupuestaria, tomada en valor absoluto es: $\frac{p_1 + t}{p_2 - s}$.

Lógicamente, la nueva recta presupuestaria es más inclinada que la de partida, dado que

$$\frac{p_1 + t}{p_2 - s} > \frac{p_1}{p_2}.$$

Por otra parte, la renta del consumidor disminuye como resultado del establecimiento del impuesto sobre la renta de cuantía u . Por tanto, la nueva recta presupuestaria se desplaza hacia el origen de coordenadas.

CAPÍTULO 3

LAS PREFERENCIAS

Este capítulo se exige íntegro en el examen.

ACLARACIONES Y COMENTARIOS

1. Cuando en la página 41 el autor examina las preferencias de un consumidor por *pares* de lápices rojos (representados en el eje de abscisas) y lápices azules (representados en el eje de ordenadas), la pendiente de las curvas de indiferencia es -2, tal como se dice en el texto.

Esto es debido a que, como explica el texto en la página 50 cuando habla de la relación marginal de sustitución (la pendiente de las curvas de indiferencia), tendríamos en el presente caso:

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -2 \quad \Delta x_2 = -2\Delta x_1$$

Si incrementamos en una unidad el consumo de un par de lápices rojos ($\Delta x_1=1$) entonces tenemos que renunciar a dos lápices azules ($\Delta x_2=-2$).

2. Epígrafe 3.8. La relación marginal de sustitución y las preferencias, primer párrafo. El autor afirma que:
 - a) La RMS de los bienes sustitutivos perfectos es igual a -1. Obviamente está haciendo referencia a la pendiente de las curvas de indiferencia de la Figura 3.3. Como se verá en el siguiente capítulo, tales preferencias vienen representadas mediante una función de utilidad de la forma $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$.
 - b) La RMS de los bienes neutrales es infinita en todos los puntos. Obviamente está haciendo referencia a la pendiente de las curvas de indiferencia de la Figura 3.6, donde el bien 2 (las anchoas) es un bien neutral.
 - c) La RMS de los bienes complementarios perfectos no puede ser más que cero o infinita. Efectivamente, sean los bienes 1 y 2 complementarios perfectos, los cuales, por definición, se consumen en proporciones fijas. Por este motivo, la sustitución entre ambos bienes resulta imposible. De ahí que la RMS sea entonces:

$$RMS = \Delta x_2 / \Delta x_1 = -0 \quad \Delta x_2 = -0 \Delta x_1$$

Esto es, si deseamos incrementar en una unidad la cantidad consumida del bien 1 ($\Delta x_1=1$), entonces estaríamos dispuestos a renunciar a cero unidades del bien 2 ($\Delta x_2=0$) con objeto de permanecer dentro de la misma curva de indiferencia.

Pero también podemos expresar la relación marginal de sustitución del siguiente modo:

$$\Delta x_1 = -\infty \Delta x_2$$

Esto es, si deseamos incrementar en una unidad la cantidad consumida del bien 2 ($\Delta x_2=1$), entonces estaríamos dispuestos a renunciar a una cantidad infinita del bien 1 ($\Delta x_1= -\infty$) con objeto de permanecer dentro de la misma curva de indiferencia. La sustitución entre ambos bienes resulta, pues, imposible, como se dijo desde un principio.

Por otra parte, sabemos que en el caso de los bienes complementarios perfectos las curvas de indiferencia tienen forma angular, es decir, cada una de ellas posee un vértice, como puede observarse en la Figura 3.4. Por este motivo, la pendiente de tales curvas de indiferencia en los vértices resulta indeterminada, aparece comprendida entre cero y menos infinito.

De todo esto podemos concluir que en el caso de los bienes complementarios perfectos la afirmación general de que la RMS no es más que la pendiente de la curva de indiferencia en un determinado punto no resulta válida, por el hecho de que en los puntos que son vértices de las curvas de indiferencia la pendiente no está definida, en cambio la relación marginal de sustitución sí: siempre es cero para los bienes complementarios perfectos.

PREGUNTAS DE TEST

3.1. Si se cumple $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ podemos afirmar que:

- a) Ambas cestas de bienes son indiferentes.
- b) Se prefiere débilmente la primera cesta a la segunda.
- c) Se prefiere estrictamente la primera cesta a la segunda.
- d) Se prefiere débilmente la segunda cesta a la primera.

RESPUESTA: b.

3.2. Si se cumple $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ podemos afirmar que:

- a) Ambas cestas de bienes son indiferentes.
- b) Se prefiere débilmente la primera cesta a la segunda.
- c) Se prefiere estrictamente la primera cesta a la segunda.
- d) Se prefiere estrictamente la segunda cesta a la primera.

RESPUESTA: c.

3.3. Si se cumple $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$ podemos afirmar que:

- a) Ambas cestas de bienes son indiferentes.
- b) Se prefiere débilmente la primera cesta a la segunda.
- c) Se prefiere estrictamente la primera cesta a la segunda.
- d) Se prefiere estrictamente la segunda cesta a la primera.

RESPUESTA: a.

3.4. Si se cumple que $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ y simultáneamente $(y_1, y_2) \succeq (x_1, x_2)$, entonces resulta:

- a) $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$.
- b) $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$.
- c) $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

3.5. Si se cumple que $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ y simultáneamente no se da $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$ entonces resulta:

- a) $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$.
- b) $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$.
- c) $(y_1, y_2) \succeq (x_1, x_2)$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

3.6. Si para cualesquiera pares de cestas de bienes X e Y se cumple, o bien que $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ o bien que $(y_1, y_2) \succeq (x_1, x_2)$ o ambas relaciones simultáneamente. Podemos decir que las preferencias son:

- a) Reflexivas.
- b) Transitivas.
- c) Completas.
- d) Monótonas.

RESPUESTA: c.

3.7. Si para cualquier cesta de bienes X se cumple $(x_1, x_2) \succeq (x_1, x_2)$. Podemos decir que las preferencias son:

- a) Reflexivas.
- b) Transitivas.
- c) Completas.
- d) Monótonas.

RESPUESTA: a.

3.8. Si siempre que se cumple que $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ e $(y_1, y_2) \succeq (z_1, z_2)$ tenemos que $(x_1, x_2) \succeq (z_1, z_2)$. Podemos decir que las preferencias son:

- a) Reflexivas.
- b) Transitivas.

- c) Completas.
- d) Monótonas.

RESPUESTA: b.

3.9. Los axiomas básicos que deben cumplir normalmente las preferencias de los consumidores son:

- a) Completitud, Reflexividad y Transitividad.
- b) Reflexividad y Transitividad.
- c) Completitud y Reflexividad.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

3.10. Una propiedad fundamental de las curvas de indiferencia que representan distintos niveles de preferencias es que:

- a) Deben tener un punto de intersección al menos.
- b) No deben cortarse nunca.
- c) Deben tener sólo un punto de intersección.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

3.11. Si dos curvas de indiferencia que representan distintos niveles de preferencias se cortan en un punto, podemos afirmar que las preferencias del consumidor:

- a) Son transitivas.
- b) No están definidas.
- c) No son transitivas.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

3.12. Si dos bienes son sustitutivos perfectos las curvas de indiferencia tienen una pendiente:

- a) Constante.
- b) Variable.
- c) Indefinida.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

3.13. Sean dos bienes de consumo, uno de ellos un "mal". Las curvas de indiferencia tienen entonces una pendiente:

- a) Negativa.
- b) Nula.
- c) Positiva.
- d) Indefinida.

RESPUESTA: c.

3.14. Sean dos bienes de consumo, uno de ellos "neutral". Si representamos este último en el eje de ordenadas, entonces las curvas de indiferencia son líneas rectas:

- a) Verticales.
- b) Horizontales.
- c) Inclinas.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

3.15. Si dadas dos cestas cualesquiera de bienes (x_1, x_2) e (y_1, y_2) se cumple $y_1 > x_1$, $y_2 \geq x_2$ y resulta que $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$, entonces las preferencias son:

- a) Regulares.
- b) Transitivas.
- c) Monótonas.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

Explicación: La cesta Y contiene al menos la misma cantidad del bien 2 y una cantidad mayor del bien 1, resultando por ello preferida a la cesta X. Por tanto, tales preferencias excluyen la existencia de puntos de saciedad o saturación.

3.16. Si las preferencias son monótonas entonces la pendiente de las curvas de indiferencia es:

- a) Positiva.
- b) Nula.
- c) Negativa.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

3.17. Si para dos cestas cualesquiera de bienes tal que $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$, se cumple la siguiente condición $[tx_1 + (1-t)y_1, tx_2 + (1-t)y_2] \succeq (x_1, x_2)$ donde $0 \leq t \leq 1$. Entonces las preferencias son:

- a) Convexas.
- b) Monótonas.
- c) Transitivas.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

Explicación: El enunciado formalizado quiere decir que dadas dos cestas indiferentes cualesquiera, la media ponderada de aquéllas es débilmente preferida a una cualquiera de ellas.

3.18. Si las preferencias son convexas ello quiere decir que el conjunto de cestas débilmente preferidas a (x_1, x_2) es un conjunto:

- a) Inconexo.
- b) Convexo.
- c) No convexo.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: *b*.

3.19. Las preferencias regulares son:

- a) Monótonas y Convexas.
- b) No monótonas y Convexas.
- c) Monótonas y cóncavas.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: *a*.

3.20. Si la media ponderada de dos cestas indiferentes es débilmente preferida a las dos cestas extremas, entonces las preferencias son:

- a) Estrictamente convexas.
- b) Convexas.
- c) Cóncavas.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: *b*.

3.21. Si la media ponderada de dos cestas indiferentes es estrictamente preferida a las dos cestas extremas, entonces las preferencias son:

- a) Estrictamente convexas.
- b) Inconexas.
- c) Cóncavas.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: *a*.

3.22. La pendiente de las curvas de indiferencia en un punto recibe el nombre de:

- a) Relación de Sustitución.
- b) Relación Técnica de Sustitución.
- c) Relación Marginal de Sustitución.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: *c*.

3.23. Si las preferencias son monótonas, entonces la RMS es:

- a) Negativa.

- b) Positiva.
- c) De signo indeterminado.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

3.24. La RMS entre los bienes 1 y 2, $\Delta x_2/\Delta x_1$, es igual a -5. Por consiguiente, para permanecer en la misma curva de indiferencia:

- a) Un incremento del consumo del bien 1 en una unidad implica un aumento del consumo en 5 unidades del bien 2.
- b) Un incremento del consumo del bien 2 en una unidad implica una reducción del consumo en 5 unidades del bien 1.
- c) Un incremento del consumo del bien 1 en una unidad implica una reducción del consumo en 5 unidades del bien 2.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

Explicación: La RMS entre los bienes 1 y 2 se define como:

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -5 \quad \Delta x_2 = -5 \Delta x_1$$

3.25. Una relación marginal de sustitución decreciente en valor absoluto siempre proviene de:

- a) Preferencias convexas.
- b) Preferencias cóncavas.
- c) Preferencias no monótonas.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO

1. Problema 2. La relación "A es al menos tan alto como B" es completa porque comparando la estatura de dos individuos A y B cualesquiera, o bien uno es más alto que otro, o bien ambos tienen la misma estatura. Por este motivo, para dos individuos cualesquiera siempre puede afirmarse que A es al menos tan alto como B, o, a la inversa, que B es al menos tan alto como A, o ambas relaciones simultáneamente, cuando ambos individuos tienen la misma estatura.
2. Problema 3. En cambio, la relación "A es estrictamente más alto que B" no es completa, porque comparando la estatura de dos individuos cualesquiera puede resultar que tengan la misma estatura. Por este motivo, para dos individuos cualesquiera no siempre puede afirmarse que A es estrictamente más alto que B, o, a la inversa, que B es estrictamente más alto que A.

3. Problema 9. Los billetes de 5000 pesetas son el bien 1 y los billetes de 1000 pesetas el bien 2. Entonces fácilmente obtendremos:

$$\Delta x_2 = -5 \Delta x_1 \quad \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -5$$

Si entregamos un billete de 5000 pesetas ($\Delta x_1 = -1$) entonces debemos recibir a cambio 5 billetes de 1000 pesetas ($\Delta x_2 = 5$). Luego $|\text{RMS}| = 5$.

4. Problema 10. Si el bien 1 es neutral y lo representamos en el eje de abscisas, las curvas de indiferencia son líneas paralelas horizontales. Por tanto su pendiente es cero.

CAPÍTULO 4

LA UTILIDAD

De este capítulo se elimina el epígrafe 4.6: Aplicación de la utilidad al transporte.

ACLARACIONES Y COMENTARIOS

1. *La función de utilidad de los bienes sustitutivos perfectos:*

$$u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$$

La pendiente de la curva de indiferencia, esto es, la RMS como vimos en el capítulo anterior, se puede obtener del siguiente modo:

Calculemos la diferencial total de la función de utilidad:

$$du = \frac{\partial u}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2} dx_2 \quad du = adx_1 + bdx_2$$

Puesto que nos mantenemos dentro de la misma curva de indiferencia, entonces $du=0$. De donde se deduce:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} = - \frac{a}{b}$$

En particular, si la función de utilidad que estamos considerando es:

$$u(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$$

Entonces la RMS, esto es, la pendiente de la curva de indiferencia resulta ser -2.

2. *La función de utilidad de los bienes complementarios perfectos:*

$$u(x_1, x_2) = \min \left\{ \frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta} \right\}$$

Dado un nivel de utilidad cualquiera, la proporción exacta de ambos bienes, sin que exista exceso de ninguno de ellos, para alcanzar ese nivel de utilidad, se infiere del cumplimiento necesario de la siguiente igualdad: $x_1/\alpha = x_2/\beta$. De donde resulta: $x_1/x_2 = \alpha/\beta$.

Por consiguiente, ambos bienes se consumen en la siguiente proporción: α unidades del primero con β unidades del segundo.

Pero podemos definir: $a=1/\alpha$; $b=1/\beta$. Con lo que la función de utilidad resultará ser:

$$u(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\}$$

tal como aparece en el libro de texto.

Como demostramos en el punto 2 de Aclaraciones y Comentarios correspondiente al capítulo anterior, la RMS para la bienes complementarios perfectos es cero. En cambio, la pendiente de las curvas de indiferencia resulta indeterminada en los vértices, como puede observarse en la Figura 5.6.

3. *Preferencias cuasilineales:*

- Consideremos la siguiente función de utilidad:

$$u(x_1, x_2) = \ln x_1 + bx_2$$

$$RMS = \frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} = - \frac{1}{bx_1}$$

- Consideremos la siguiente función de utilidad:

$$u(x_1, x_2) = x_1^{1/h} + bx_2$$

$$RMS = \frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{x_1^{(1/h)-1}}{hb}$$

Como puede apreciarse en ambos casos, la RMS depende únicamente de la cantidad consumida del bien 1 (x_1). De ahí que fijada la cantidad consumida de este último bien, la RMS, esto es, la pendiente de las curvas de indiferencia, permanece inalterada conforme nos desplazamos verticalmente hacia arriba, es decir, a medida que aumentamos la cantidad consumida del bien 2. Por este motivo, las curvas de indiferencia correspondientes a preferencias cuasilineales son "traslaciones verticales" o "versiones desplazadas" unas de otras.

4. *Preferencias Cobb-Douglas.* Como se demuestra en el apéndice, la RMS es la siguiente:

$$RMS = \frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{x_2 c}{x_1 d}$$

A partir de aquí puede inferirse que las curvas de indiferencia poseen una curvatura regular, es decir, carecen de segmentos lineales. Esto es debido a que la RMS (la pendiente de las curvas de indiferencia) varía continuamente al variar la *proporción* en que son consumidos ambos bienes.

Veamos cómo varía la RMS al variar la cantidad consumida de bien 1. Es decir, calculemos:

$$\frac{\partial RMS}{\partial x_1} = \frac{d^2 x_2}{dx_1^2} = - \frac{cdx_1 \frac{dx_2}{dx_1} - cdx_2}{d^2 x_1^2} = \frac{d(c + d)x_2}{d^2 x_1^2} > 0$$

Por consiguiente, la RMS crece al aumentar la cantidad consumida del bien 1, pero como es negativa ello quiere decir que decrece en valor absoluto. En otras palabras, la RMS es decreciente (en valor absoluto) a medida que aumenta la cantidad consumida del bien 1, tal como se afirma normalmente.

¿A qué se debe el decrecimiento en valor absoluto de la RMS? Sabemos que la pendiente de las curvas de indiferencia es:

$$RMS = dx_2/dx_1$$

Por tanto, podemos escribir:

$$\frac{\partial RMS}{\partial x_1} = \frac{d^2 x_2}{dx_1^2} > 0$$

Esto es, la derivada de la pendiente de las curvas de indiferencia (la segunda derivada de las curvas de indiferencia) es positiva, ello quiere decir que las curvas de indiferencia son convexas. Como además poseen una curvatura regular, esto es, carecen de segmentos lineales, las curvas de indiferencia resultan ser estrictamente convexas para este tipo de preferencias.

De aquí se infiere que las preferencias Cobb-Douglas son preferencias convexas. Y como por otra parte son monótonas, se trata de preferencias regulares. Son el ejemplo típico de preferencias regulares.

PREGUNTAS DE TEST

4.1. La función de utilidad (ordinal) es:

- a) Una forma de describir las preferencias del consumidor.
- b) Una forma de cuantificar su grado de bienestar.
- c) Una forma de medir el nivel de satisfacción del consumidor.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

4.2. El objeto de una función de utilidad (ordinal) es:

- a) Medir la satisfacción del consumidor.
- b) Orientar la elección del consumidor.
- c) Ordenar las cestas de bienes representando las preferencias del consumidor.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

4.3. Una función de utilidad permite ordenar las cestas de consumo reflejando las preferencias del consumidor. Para ello debe cumplirse la siguiente condición para cualesquiera dos cestas de consumo:

- a) $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$ si y sólo si $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$.
- b) $u(x_1, x_2) \geq u(y_1, y_2)$ si y sólo si $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$.
- c) $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$ si y sólo si $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$.
- d) $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$ si y sólo si $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$.

RESPUESTA: a.

Explicación: Una cesta de consumo tiene un nivel de utilidad estrictamente mayor que otra cesta si y sólo si la primera es preferida estrictamente a la segunda.

4.4. Una función de utilidad permite ordenar las cestas de consumo reflejando las preferencias del consumidor. Para ello debe cumplirse la siguiente condición para cualesquiera dos cestas de consumo:

- a) $u(x_1, x_2) = u(y_1, y_2)$ si y sólo si $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$.
- b) $u(x_1, x_2) \geq u(y_1, y_2)$ si y sólo si $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$.
- c) $u(x_1, x_2) = u(y_1, y_2)$ si y sólo si $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$.
- d) $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$ si y sólo si $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$.

RESPUESTA: c.

Explicación: Dos cestas de consumo tienen el mismo nivel de utilidad si y sólo si ambas resultan indiferentes dentro de las preferencias del consumidor.

4.5. Decimos que $v=f(u)$ es una transformación monótona creciente de la función de utilidad u , si y sólo si para cualesquiera $u_1 > u_2$ se cumple que:

- a) $f(u_1) > f(u_2)$.
- b) $f(u_1) < f(u_2)$.
- c) $f(u_1) = f(u_2)$.
- d) $f(u_1) \geq f(u_2)$.

RESPUESTA: a.

4.6. Una transformación monótona creciente de una función de utilidad es otra función de utilidad que representa las mismas preferencias que la función de utilidad original:

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

4.7. Una propiedad fundamental de la función de utilidad es que asigna el mismo nivel de utilidad a todas las cestas que pertenecen a la misma curva de indiferencia:

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

4.8. Si las preferencias no son transitivas entonces pueden representarse mediante una función de utilidad.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

4.9. Sea $\Delta x_2/\Delta x_1$ la RMS entre los bienes 1 y 2; y UM_1 y UM_2 las utilidades marginales. Debe satisfacerse la siguiente igualdad:

- a) $RMS = -UM_2/UM_1$.
- b) $RMS = UM_1/UM_2$.
- c) $RMS = -UM_1/UM_2$.
- d) $RMS = UM_2/UM_1$.

RESPUESTA: c.

Explicación: Al mantenernos dentro de la misma curva de indiferencia, el nivel de utilidad no varía.

Por tanto, calculando la diferencial total de la función de utilidad tendremos:

$$du = \frac{\partial u}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2} dx_2 = UM_1 dx_1 + UM_2 dx_2 = 0$$

De donde se infiere: $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{UM_1}{UM_2}$.

4.10. Una transformación monótona creciente de la función de utilidad deja inalteradas las utilidades marginales.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

4.11. Una transformación monótona creciente de la función de utilidad deja inalterada la RMS.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

4.12. Dada la función de utilidad $u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$, $|RMS| = -dx_2/dx_1$ es igual a:

- a) $-a/b$.
- b) $-b/a$.
- c) b/a .
- d) a/b .

RESPUESTA: d.

4.13. Dada la función de utilidad $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + bx_2$, $|RMS| = -dx_2/dx_1$ es igual a:

- a) $1/x_1b$.
- b) x_1b .
- c) $-1/x_1b$.
- d) b .

RESPUESTA: a.

4.14. Dada la función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1^{1/h} + bx_2$, $|RMS| = -dx_2/dx_1$ es igual a:

- a) $\frac{x_2^{\left(\frac{1}{h}-1\right)}}{hb}$.
- b) $\frac{x_1^{\left(\frac{1}{h}-1\right)}}{hb}$.
- c) $\frac{x_1^{\left(\frac{1}{b}-1\right)}}{hb}$.
- d) $\frac{x_1^{\left(\frac{1}{h}+1\right)}}{hb}$.

RESPUESTA: b.

4.15. Dada la función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$, $|RMS| = -dx_2/dx_1$ es igual a:

- a) x_2/x_1 .
- b) x_1c/x_2d .
- c) x_2c/x_1d .
- d) x_2d/x_1c .

RESPUESTA: c.

4.16. Las preferencias Cobb-Douglas poseen curvas de indiferencia:

- a) Estrictamente convexas.
- b) Cóncavas.
- c) Lineales.
- d) Convexas pero con segmentos lineales.

RESPUESTA: a.

Explicación: Las curvas de indiferencia poseen una curvatura regular: son estrictamente convexas; carecen, por tanto, de segmentos lineales. Este extremo se demostró en el punto 4 de Aclaraciones y Comentarios al capítulo.

COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO

1. Problema 1. La función de utilidad originaria es u . La transformación de la misma es $f(u)=u^2$.

- a) Si $u > 0$, entonces $f(u)$ es una transformación monótona creciente de la función de utilidad u . Efectivamente, tomemos dos niveles de utilidad cualesquiera de la función de utilidad originaria: $u_1=2$, $u_2=3$. La transformación de la función de utilidad originaria da como resultado: $f(u_1)=4$, $f(u_2)=9$. Por consiguiente, para cualesquiera $u_1 < u_2$ se cumple que $f(u_1) < f(u_2)$.
- b) Si $u < 0$, entonces $f(u)$ no es una transformación monótona creciente de la función de utilidad u . Efectivamente, tomemos dos niveles de utilidad cualesquiera de la función de utilidad originaria: $u_1 = -2$, $u_2 = -3$. La transformación de la función de utilidad originaria da como resultado: $f(u_1)=4$, $f(u_2)=9$. Por consiguiente, para cualesquiera $u_1 > u_2$ se cumple que $f(u_1) < f(u_2)$.

2. Problema 2. El alumno debe proceder en cada caso como en el ejercicio anterior para comprobar si la transformación $u=f(v)$ es monótona creciente o no. Centrémonos en dos casos:

- a) $u = -1/v^2$. Supongamos $v_1=2$, $v_2=3$. En tal caso, $u_1 = -1/4$, $u_2 = -1/9$. Por tanto, si $v_1 < v_2$, entonces $u_1 < u_2$. Se trata de una transformación monótona creciente cuando $v > 0$. El alumno debe comprobar por sí mismo que eso no ocurre cuando $v < 0$.
- b) $u = -e^{-v}$. Supongamos $v_1=2$, $v_2=3$. En tal caso, $u_1 = -1/e^2$, $u_2 = -1/e^3$. Por tanto, si $v_1 < v_2$, entonces $u_1 < u_2$. Se trata de una transformación monótona creciente cuando $v > 0$. Supongamos $v_1 = -2$, $v_2 = -3$. En tal caso, $u_1 = -e^2$, $u_2 = -e^3$. Por tanto, si $v_1 > v_2$, entonces $u_1 > u_2$. Se trata de una transformación monótona creciente cuando $v < 0$.

3. Problema 4. Podemos realizar una transformación monótona de la función de utilidad $(x_1+x_2)^{1/2}$ simplemente elevándola al cuadrado, dado que x_1 y x_2 son números no-negativos (las cantidades consumidas de ambos bienes, respectivamente). En relación con la segunda función de utilidad del ejercicio, bastará realizar una transformación monótona de la misma dividiéndola simplemente por trece. Resultará

en ambos casos la función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$, correspondiente a los bienes sustitutivos perfectos.

4. Problema 5. La función de utilidad v es simplemente la función de utilidad u elevada al cuadrado. Como x_1 y x_2 son números no-negativos, al tratarse de las cantidades consumidas de ambos bienes respectivamente, podemos afirmar que v es una transformación monótona creciente de u .
5. Problema 6. La función utilidad w es una transformación monótona creciente de u , fruto de elevar a la cuarta potencia esta última. Ambas representan preferencias Cobb-Douglas, al igual que la función de utilidad v .

Sin embargo, la función de utilidad v no es una transformación monótona creciente de u . Para demostrar este extremo basta calcular la RMS correspondiente a ambas funciones de utilidad:

$$RMS(u) = \frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2}$$

$$u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2} \quad RMS(u) = - \frac{\frac{1}{2} x_1^{-1/2} x_2^{1/2}}{\frac{1}{2} x_1^{1/2} x_2^{-1/2}} = - \frac{x_2}{x_1}$$

$$v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2 \quad RMS(v) = - \frac{2x_2 x_1}{x_1^2} = - \frac{2x_2}{x_1}$$

Como puede observarse, ambas RMS no coinciden; por tanto, ambas funciones de utilidad no representan las mismas preferencias del consumidor. La segunda no puede ser una transformación monótona creciente de la primera, dado que, como se demuestra en el apéndice del capítulo, una transformación monótona creciente de una función de utilidad deja invariante la RMS.

El lector puede comprobar en cambio que la RMS es idéntica para las funciones de utilidad u y w .

CAPÍTULO 5

LA ELECCIÓN

Este capítulo se exige íntegro en el examen.

ACLARACIONES Y COMENTARIOS

1. Página 79. En el texto aparece:

$$RMS = -p_1/p_2$$

Teniendo en cuenta la fórmula 4.1 del capítulo anterior podemos escribir:

$$RMS = \Delta x_2 / \Delta x_1 = -UM_1 / UM_2 = -p_1 / p_2$$

De donde se deduce:

$$UM_1 / UM_2 = p_1 / p_2$$

que es la fórmula 5.4 que aparece en el apéndice del capítulo.

A su vez puede describirse como:

$$UM_1 / p_1 = UM_2 / p_2$$

Esta expresión se conoce con el nombre de *ley de la igualdad de las utilidades marginales ponderadas*. Su interpretación económica es la siguiente: *la elección óptima del consumidor debe ser tal que la última unidad monetaria gastada en cada uno de los bienes ha de proporcionarle la misma utilidad*.

Si no fuera así, el consumidor no estaría maximizando su utilidad con la elección llevada a cabo; dado que sería posible incrementar su nivel de utilidad reasignando el gasto entre ambos bienes. Consúltense al respecto la pregunta de test 5.11.

2. *La función de demanda correspondiente a los bienes sustitutivos perfectos*. Tomemos, a diferencia del texto, la función de utilidad más general de tales bienes, ya vista en el capítulo anterior:

$$u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$$

En primer lugar calculemos la RMS:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} = - \frac{a}{b}$$

Por consiguiente, como sabemos ya, todas las curvas de indiferencia son líneas rectas de pendiente $-a/b$.

La elección óptima del consumidor vendrá caracterizada por tres posibilidades lógicas:

- a) Cuando $p_1/p_2 < a/b$. Es decir, cuando la recta presupuestaria tiene una pendiente menor que las curvas de indiferencia (es más horizontal). En tal caso, la elección óptima del consumidor será una solución de esquina en la que se utilizará toda la renta en adquirir el bien 1 (donde la recta presupuestaria corta al eje de abscisas y toca en ese punto a la curva de indiferencia de más alto nivel de utilidad). La función de demanda será:

$$x_1 = m/p_1 \quad x_2 = 0$$

- b) Cuando $p_1/p_2 > a/b$. Es decir, cuando la recta presupuestaria tiene una pendiente mayor que las curvas de indiferencia (es más inclinada). En tal caso, la elección óptima del consumidor será también una solución de esquina en la que se utilizará toda la renta en adquirir el bien 2 (donde la recta presupuestaria corta al eje de ordenadas y toca en ese punto a la curva de indiferencia de más alto nivel de utilidad). La función de demanda será:

$$x_1 = 0 \quad x_2 = m/p_2$$

- c) Cuando $p_1/p_2 = a/b$. Es decir, cuando la recta presupuestaria tiene la misma pendiente que las curvas de indiferencia. En ese caso la cantidad demandada de cada uno de los bienes se encuentra indeterminada y puede ser cualquiera que satisfaga estrictamente la restricción presupuestaria.

El alumno puede comprobar los resultados con la función de utilidad que aparece en el libro de texto:

$$u = x_1 + x_2.$$

3. *La función de demanda correspondiente a los bienes complementarios perfectos.* Tomemos, a diferencia del texto, la función de utilidad más general de tales bienes, ya vista en el capítulo anterior:

$$u(x_1, x_2) = \min \left\{ \frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta} \right\}$$

o bien,

$$u(x_1, x_2) = \min \{ \alpha x_1, \beta x_2 \}$$

donde $a=1/\alpha$, $b=1/\beta$.

Si los precios de ambos bienes son positivos, la pendiente de la recta presupuestaria es finita. Por tanto, cualquiera que fuere el valor de la pendiente de esta última, tocará siempre a la curva de indiferencia de más alto nivel en el vértice (Figura 5.6). De esta forma, ambos bienes siempre se consumirán en una proporción fija cualesquiera que fueren los precios vigentes. No obstante, la cantidad consumida de ambos bienes variará en función de cómo evolucione la capacidad adquisitiva del consumidor con las modificaciones de los precios de los bienes.

Como demostramos en el capítulo anterior, los bienes complementarios perfectos representados mediante tales funciones de utilidad se consumen conjuntamente en la siguiente proporción:

$$x_1/\alpha = x_2/\beta \quad x_1/x_2 = \alpha/\beta = b/a$$

Sustituyendo en la restricción presupuestaria tendremos:

$$p_1 x_1 \frac{\alpha}{\beta} + p_2 x_2 = m$$

De donde resultará la función de demanda del bien 2:

$$x_2 = m \frac{\beta}{p_1 \alpha + p_2 \beta} = m \frac{a}{p_1 b + p_2 a}$$

Introduciendo la expresión de las proporciones en que se consumen los bienes obtendremos la función de demanda del bien 1:

$$x_1 = m \frac{\alpha}{p_1 \alpha + p_2 \beta} = m \frac{b}{p_1 b + p_2 a}$$

El alumno puede comprobar los resultados con la función de utilidad manejada en el texto para este tipo de bienes:

$$u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$$

4. Consideremos la siguiente función de utilidad:

$$u(x_1, x_2) = ax_1 - bx_2$$

La primera mercancía es un bien, dado que aumentando su consumo aumenta el nivel de utilidad. En cambio, la segunda mercancía es un *mal*, dado que al aumentar su consumo disminuye el nivel de utilidad.

La pendiente de las curvas de indiferencia es positiva:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} = \frac{a}{b} > 0$$

Por consiguiente, la cesta óptima será una solución de esquina, dado que la pendiente de la recta presupuestaria es $-p_1/p_2$. Tal solución se alcanzará cuando esta última corte al eje de abscisas y toque a la curva de indiferencia de más alto nivel de utilidad. Por tanto la función de demanda de cada bien será:

$$x_1 = m/p_1 \quad x_2 = 0$$

El consumidor gastará toda su renta en adquirir el primer bien, y no comprará nada de la segunda mercancía, que es un mal.

Consideremos la siguiente función de utilidad:

$$u(x_1, x_2) = ax_1$$

La primera mercancía es un bien, dado que aumentando su consumo aumenta el nivel de utilidad. En cambio, la segunda mercancía es *bien neutral*, dado que su consumo no afecta al nivel de utilidad.

Las curvas de indiferencia son líneas paralelas verticales, dado que su pendiente es:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} = - \frac{a}{0} = -\infty$$

Por consiguiente, la cesta óptima será una solución de esquina, dado que la pendiente de la recta presupuestaria es $-p_1/p_2$. Tal solución se alcanzará cuando esta última corte al eje de abscisas y toque a la curva de indiferencia de más alto nivel de utilidad. Por tanto la función de demanda de cada bien será:

$$x_1 = m/p_1 \quad x_2 = 0$$

El consumidor gastará toda su renta en adquirir el primer bien, y no comprará nada de la segunda mercancía, que es un bien neutral.

5. Preferencias cuasilineales. Tomemos los dos ejemplos vistos en el capítulo anterior de funciones de utilidad generales correspondientes a este tipo de preferencias.

- Sea la siguiente función de utilidad: $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + bx_2$.

Calculemos las funciones de demanda correspondientes a esta función de utilidad:

$$|RMS| = \frac{1}{x_1 b} = \frac{p_1}{p_2} \quad x_1 = \frac{p_2}{p_1 b}$$

Sustituyendo en la restricción presupuestaria, la función de demanda del bien 2 sería:

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{1}{b}$$

Ésta es una expresión más general que la que aparece en el libro de texto, en el apéndice del Capítulo 6.

- Sea la siguiente función de utilidad: $u(x_1, x_2) = x_1^{1/h} + b x_2$.

Calculemos las funciones de demanda correspondientes a esta función de utilidad:

$$|RMS| = \frac{x_1^{\left(\frac{1}{h}-1\right)}}{h b} = \frac{p_1}{p_2} \quad x_1 = \left(h b \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{h}{1-h}}$$

Sustituyendo en la restricción presupuestaria:

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \left(h b \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{h}{1-h}} = \frac{m}{p_2} - (h b)^{\frac{h}{1-h}} \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{1-h}}$$

6. Página 87, cuando habla de la RMS entre la leche y la mantequilla. El bien 1 es la mantequilla (M) y el bien 2 es la leche (L). Por lo que tendremos:

$$-\Delta x_2 / \Delta x_1 = -\Delta L / \Delta M = p_M / p_L = 200 / 100 = 2$$

$$\Delta L = -2 \Delta M$$

Luego, como dice en el texto, al renunciar a un cuarto de kilo de mantequilla (una unidad de medida para el primer bien, $\Delta M = -1$) debe ser compensado con 2 litros de leche ($\Delta L = 2$).

PREGUNTAS DE TEST

- 5.1. La cesta óptima elegida por el consumidor se caracteriza porque la curva de indiferencia a la que pertenece aquella y la recta presupuestaria:

- Nunca se cortan.
- Siempre son tangentes, esto es, tienen la misma pendiente.
- Nunca son tangentes.

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

5.2. En un óptimo de esquina, la curva de indiferencia y la recta presupuestaria:

- a) Tienen ambas necesariamente la misma pendiente.
- b) Se cortan.
- c) Coinciden en un punto.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

5.3. En un óptimo interior la curva de indiferencia y la recta presupuestaria:

- a) Siempre se cortan.
- b) Son tangentes, esto es, tienen ambas la misma pendiente.
- c) Nunca son tangentes.
- d) Se cortan algunas veces.

RESPUESTA: b.

5.4. Cualquier punto de las curvas de indiferencia que satisfaga la condición de tangencia con la recta presupuestaria constituye la elección óptima (interior) del consumidor:

- a) En cualquier caso.
- b) Sólo cuando las preferencias son convexas.
- c) Sólo cuando las preferencias son cóncavas.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

5.5. Cuando las preferencias son convexas la elección óptima del consumidor satisface la condición de tangencia en un óptimo interior y además es única:

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: Si las preferencias no son estrictamente convexas, entonces las curvas de indiferencia tienen segmentos rectilíneos, y de ahí puede haber varios puntos de tangencia en la curva de indiferencia. Con lo que habría varias cestas óptimas y no una sola.

5.6. Cuando las preferencias son estrictamente convexas la elección óptima del consumidor satisface la condición de tangencia en un óptimo interior y además es única:

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

5.7. La condición de tangencia en un óptimo interior se caracteriza porque el valor absoluto de la RMS es igual al valor absoluto de la pendiente de la recta presupuestaria.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

5.8. En el contexto de la elección del consumidor, la condición de tangencia en un óptimo interior se expresa del siguiente modo:

- a) $\Delta x_2 / \Delta x_1 = p_1 / p_2$.
- b) $\Delta x_2 / \Delta x_1 = -p_2 / p_1$.
- c) $\Delta x_2 / \Delta x_1 = -p_1 / p_2$.
- d) $\Delta x_1 / \Delta x_2 = -p_1 / p_2$.

RESPUESTA: c.

5.9. La expresión $UM_1/p_1 = UM_2/p_2$ se conoce con el nombre de:

- a) Ley de las utilidades ponderadas.
- b) Ley de las utilidades marginales ponderadas.
- c) Ley de la igualdad de las utilidades marginales ponderadas.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

5.10. La elección óptima (interior) de un consumidor exige el cumplimiento de la siguiente condición:

- a) $UM_1/p_1 = UM_2/p_2$.
- b) $UM_1/p_1 > UM_2/p_2$.
- c) $UM_1/p_1 < UM_2/p_2$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

5.11. Si el consumidor gasta toda su renta y elige una cesta de bienes tal que se cumple que $UM_1/UM_2 > p_1/p_2$, entonces:

- a) Tal cesta constituirá la elección óptima (interior) del consumidor.
- b) El consumidor estará interesado en aumentar la cantidad consumida del bien 1 y reducir la del 2 para alcanzar el óptimo.
- c) El consumidor estará interesado en disminuir la cantidad consumida del bien 1 y aumentar la del 2 para alcanzar el óptimo.
- d) El consumidor estará interesado en aumentar la cantidad consumida de ambos bienes para alcanzar el óptimo.

RESPUESTA: b.

Explicación: Puesto que se cumple $UM_1/p_1 > UM_2/p_2$, entonces no se cumple la ley de la igualdad de las utilidades marginales ponderadas. Por tanto tal cesta de consumo no puede nunca constituir la elección óptima (interior) del consumidor.

Esta desigualdad puede interpretarse como que la aportación a la utilidad total de la última unidad monetaria gastada en el bien 1 es mayor que la gastada en el bien 2. Por este motivo interesa reducir el consumo del bien 2 para liberar renta y gastarla en adquirir una cantidad mayor del bien 1, de esta forma se incrementaría el nivel de utilidad del consumidor.

La respuesta *d* es incorrecta porque el demandante no puede en ningún caso incrementar simultáneamente la cantidad consumida de ambos bienes, dado que de hecho está gastando toda su renta.

Otra forma de razonar sería la siguiente. Puesto que se cumple:

$$|RMS| = \frac{UM_1}{UM_2} > \frac{p_1}{p_2}$$

Entonces, para alcanzar la cesta óptima (interior) debe disminuir la relación marginal de sustitución en valor absoluto; lo cual sólo ocurrirá si aumenta la cantidad consumida del primer bien y, por tanto, disminuye la cantidad consumida del segundo.

5.12. La función de demanda de cada uno de los bienes correspondiente a la función de utilidad

$u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$ es:

- a) Cuando $p_1/p_2 < a/b \rightarrow x_1 = m/p_1$ y $x_2 = 0$.
- b) Cuando $p_1/p_2 > a/b \rightarrow x_1 = m/p_1$ y $x_2 = 0$.
- c) Cuando $p_1/p_2 = a/b \rightarrow x_1 = 0$ y $x_2 = 0$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

5.13. La función de demanda de cada uno de los bienes correspondiente a la función de utilidad

$u(x_1, x_2) = \min\left\{\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right\}$ es:

- a) $x_1 = m \frac{\beta}{p_1\alpha + p_2\beta}$ $x_2 = m \frac{\alpha}{p_1\alpha + p_2\beta}$.
- b) $x_1 = m \frac{\alpha}{p_1\beta + p_2\alpha}$ $x_2 = m \frac{\beta}{p_1\beta + p_2\alpha}$.
- c) $x_1 = m \frac{\alpha}{p_1\alpha + p_2\beta}$ $x_2 = m \frac{\beta}{p_1\alpha + p_2\beta}$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

5.14. La función de demanda de cada uno de los bienes correspondiente a la función de utilidad

$$u(x_1, x_2) = ax_1 - bx_2 \text{ es:}$$

- a) $x_1 = m/p_1$ $x_2 = m/p_2$.
- b) $x_1 = m/p_1$ $x_2 = 0$.
- c) $x_1 = 0$ $x_2 = m/p_2$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

5.15. La cesta óptima correspondiente a unas preferencias cóncavas es tal que se cumple la condición de tangencia entre la recta presupuestaria y la curva de indiferencia de más alto nivel:

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

5.16. La elección óptima correspondiente a unas preferencias cóncavas es siempre:

- a) Una solución de esquina.
- b) Un óptimo interior.
- c) No existe elección óptima.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

5.17. La función de demanda correspondiente a unas preferencias cóncavas es tal que se consume siempre una cantidad positiva de ambos bienes simultáneamente:

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

5.18. La función de demanda correspondiente a unas preferencias Cobb-Douglas de la forma

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d \text{ es:}$$

- a) $x_1 = \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_1}$ $x_2 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_2}$.
- b) $x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_2}$ $x_2 = \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_1}$.
- c) $x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}$ $x_2 = \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_2}$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

5.19. Dadas las siguientes preferencias Cobb-Douglas $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$, la proporción de la renta que gasta el consumidor en el bien 2 es:

a) $\frac{c}{c + d}$.

b) $\frac{d}{c + d}$.

c) $\frac{c + d}{d}$.

d) $\frac{d}{c - d}$.

RESPUESTA: b.

5.20. La función de demanda del bien 2 correspondiente a la función de utilidad $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + bx_2$ es:

a) $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{1}{b}$.

b) $x_2 = \frac{p_2}{m} - \frac{1}{b}$.

c) $x_2 = \frac{m}{p_2} + \frac{1}{b}$.

d) $x_1 = \frac{p_2}{p_1 b}$.

RESPUESTA: a.

5.21. La función de demanda del bien 1 correspondiente a la función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1^{1/h} + bx_2$ es:

a) $x_2 = \frac{m}{p_2} - (hb)^{\frac{h}{1-h}} \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{1-h}}$.

b) $x_1 = \left(hb \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{h}{1-h}}$.

c) $x_1 = \left(hb \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{h}{1+h}}$.

d) $x_1 = \left(hb \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{h}{1-h}}$.

RESPUESTA: d.

5.22. Considerando unas preferencias Cobb-Douglas, un impuesto sobre la renta y un impuesto sobre la cantidad, ambos con la misma capacidad recaudatoria, afectan de la misma forma al bienestar del consumidor:

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: En el capítulo anterior vimos que las funciones de utilidad Cobb-Douglas daban lugar a curvas de indiferencia estrictamente convexas, con una curvatura regular. Por este motivo, la argumentación en términos gráficos contenida en el texto en el epígrafe 5.6 resulta aplicable a este caso.

Como excepción, consúltese el problema 6 que también figura comentado en la presente guía.

COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO

- 1. Problema 1. Lógicamente está manejando la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$, que es un caso particular de la que hemos considerado nosotros en la presente guía.
- 2. Problema 2. Lógicamente está manejando la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = bx_1 + x_2$, dado que:

$$RMS = \frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} = -b$$

Se trata de otro caso particular del que hemos considerado nosotros en la presente guía.

- 3. Problema 3. Las cucharadas de azúcar son el primer bien, y las tazas de café el segundo bien. Puesto que consume 2 cucharadas de azúcar por cada taza de café, la función de utilidad sería:

$$u(x_1, x_2) = \min\left\{\frac{x_1}{2}, x_2\right\}$$

Se trata de un caso particular de la considerada por nosotros en la presente guía: $\alpha=2, \beta=1$.

Se puede manejar también una transformación monótona de esta función de utilidad, sin más que multiplicar por 2: $v(x_1, x_2) = \min\{x_1, 2x_2\}$.

- 4. Problema 6. Como las curvas de indiferencia de los bienes complementarios perfectos tienen forma angular, el vértice de una de ellas puede tocar a la recta presupuestaria cualquiera que fuere su inclinación.

La elección óptima del consumidor cuando se establece un impuesto sobre la cantidad, o bien un impuesto sobre la renta de la misma capacidad recaudatoria, se correspondería con el punto (x_1^*, x_2^*) de la Figura 5.9. En ese punto ambas rectas presupuestarias tocarían el vértice de la curva de indiferencia de más alto nivel de utilidad.

De ahí que poseyendo el consumidor la misma capacidad adquisitiva -la cesta (x_1^*, x_2^*) - como resultado del establecimiento por separado de ambos impuestos, las variaciones de los precios (alteración de la inclinación de la recta presupuestaria en ese punto) no afectan a la cantidad demandada de ambos bienes, dado que, como ya sabíamos, ambos se consumen siempre en una proporción fija dentro de este tipo de preferencias.

CAPÍTULO 6

LA DEMANDA

Este capítulo se exige íntegramente en el examen. Se excluye por el momento el subepígrafe "Un bien discreto". Este subepígrafe se estudiará más adelante cuando abordemos el concepto de excedente del consumidor (Capítulo 14).

ACLARACIONES Y COMENTARIOS

Nota aclaratoria en relación con la curva de Engel. La curva de Engel correspondiente, por ejemplo, al primer bien se obtiene a partir de la función de demanda del bien

$$x_1 = x_1(p_1, p_2, m)$$

haciendo permanecer constantes los precios de ambos bienes.

Se trataría, en buena lógica, de una función de la forma $x_1 = g_1(m)$, donde la cantidad demandada del bien se expresa en función del nivel de renta del consumidor.

Ahora bien, el autor, en los epígrafes correspondientes del capítulo, *representa siempre la curva de Engel con los ejes coordinados cambiados*; es decir, la cantidad demandada del bien en el eje de abscisas y el nivel de renta del consumidor en el eje de ordenadas.

Por este motivo, con objeto de facilitar la argumentación, en las Aclaraciones y Comentarios reproducidos a continuación hemos adoptado como expresión funcional de la curva de Engel para el primer bien la correspondiente función inversa $m = g_1^{-1}(x_1)$. Y lo mismo para el segundo bien. Donde el nivel de renta del consumidor se expresa en función de la cantidad demandada del bien.

Formalmente este procedimiento es correcto; aunque desde un punto de vista económico tiene mayor sentido representar la cantidad demandada de un bien en función del nivel de renta del consumidor, permaneciendo constantes los precios de todos los bienes.

Como podrá comprobar el lector, este pequeño cambio formal no afecta en absoluto a los razonamientos y conclusiones que se reproducen seguidamente.

1. *Curva oferta-renta y curvas de Engel de los sustitutivos perfectos.* Volvamos a la función de demanda obtenida en el capítulo anterior a partir de la función de utilidad general para este tipo de bienes:

$$u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$$

Dedujimos las siguientes funciones de demanda:

- Cuando $p_1/p_2 < a/b$: $x_1 = m/p_1$ y $x_2 = 0$.

Por consiguiente, la senda de expansión de la renta coincidirá exactamente con el eje de abscisas, dado que, al permanecer los precios constantes y variar la renta, la cantidad demandada del bien 2 es siempre cero y el consumidor gasta toda su renta en el bien 1.

La curva de Engel para el bien 1 sería una recta creciente de pendiente p_1 . Efectivamente, puesto que para representar la curva de Engel en el eje de ordenadas medimos la renta y en el de abscisas la cantidad demandada del bien 1 (x_1), tendremos: $m = p_1 x_1$.

La curva de Engel para el bien 2 coincidiría con el eje de ordenadas, porque, al alterarse la renta, la cantidad demandada de bien 2 (representada en el eje de abscisas) es siempre cero.

- Cuando $p_1/p_2 > a/b$: $x_1 = 0$ y $x_2 = m/p_2$.

Por consiguiente, la senda de expansión de la renta coincidirá exactamente con el eje de ordenadas, dado que, al permanecer los precios constantes y variar la renta, la cantidad demandada del bien 1 es siempre cero y el consumidor gasta toda su renta en el bien 2.

La curva de Engel para el bien 2 sería una recta creciente de pendiente p_2 . Efectivamente, puesto que para representar la curva de Engel en el eje de ordenadas medimos la renta y en el de abscisas la cantidad demandada del bien 2 (x_2), tendremos: $m = p_2 x_2$.

La curva de Engel para el bien 1 coincidiría con el eje de ordenadas, porque, al alterarse la renta, la cantidad demandada de bien 1 (representada en el eje de abscisas) es siempre cero.

- Cuando $p_1/p_2 = a/b$, la función de demanda de los bienes 1 y 2 no puede establecerse; tan sólo podemos decir que debe satisfacerse estrictamente la restricción presupuestaria.

2. Curva de oferta-renta y curvas de Engel de los complementarios perfectos. Volvamos a la función de demanda obtenida en el capítulo anterior a partir de la función de utilidad general para este tipo de bienes:

$$u(x_1, x_2) = \min \left\{ \frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta} \right\}$$

o bien,

$$u(x_1, x_2) = \min \{ ax_1, bx_2 \}$$

donde $a = 1/\alpha$, $b = 1/\beta$.

Dedujimos las siguientes funciones de demanda:

$$x_1 = m \frac{\alpha}{p_1\alpha + p_2\beta} = m \frac{b}{p_1b + p_2a}$$

$$x_2 = m \frac{\beta}{p_1\alpha + p_2\beta} = m \frac{a}{p_1b + p_2a}$$

La senda de expansión de la renta no es más que x_2 en función de x_1 , $x_2=x_2(x_1)$, cuando varía la renta y los precios de los bienes permanecen inalterados.

Dividiendo la segunda función de demanda por la primera tendremos:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{a}{b} \quad x_2 = \frac{\beta}{\alpha} x_1 = \frac{a}{b} x_1$$

Se trata, pues, de una línea recta creciente de pendiente $\beta/\alpha=a/b$, que son parámetros que recogen las proporciones en que se consumen ambos bienes.

En el caso particular manejado en el texto de que $\alpha=\beta=a=b=1$, la curva de oferta-renta o senda de expansión de la renta es $x_2=x_1$, esto es, la diagonal del primer cuadrante.

La curva de Engel para el bien 1 sería:

$$x_1 = m \frac{\alpha}{p_1\alpha + p_2\beta} = m \frac{b}{p_1b + p_2a}$$

$$m = \frac{p_1\alpha + p_2\beta}{\alpha} x_1 = \frac{p_1b + p_2a}{b} x_1$$

Se trata, pues, de una línea recta creciente, de pendiente

$$\frac{p_1\alpha + p_2\beta}{\alpha} = \frac{p_1b + p_2a}{b}$$

Se deja al lector que obtenga la curva de Engel para el bien 2:

$$m = \frac{p_1\alpha + p_2\beta}{\beta} x_2 = \frac{p_1b + p_2a}{a} x_2$$

- 3. Curva de oferta-renta y curvas de Engel correspondientes a las preferencias Cobb-Douglas.** Volvamos a la función de demanda obtenida en el libro de texto, en el apéndice del capítulo anterior, a partir de la función de utilidad general para este tipo de bienes:

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$$

Las funciones de demanda son las siguientes:

$$x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1} \quad x_2 = \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_2}$$

La curva de oferta-renta se obtendría dividiendo la segunda función de demanda por la primera:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1 d}{p_2 c} \quad x_2 = \frac{p_1 d}{p_2 c} x_1$$

Se trata, pues, de una línea recta creciente de pendiente $\frac{p_1 d}{p_2 c}$.

La curva de Engel para el primer bien será:

$$m = \frac{c+d}{c} p_1 x_1$$

Una línea recta creciente de pendiente $\frac{c+d}{c} p_1$.

La curva de Engel para el segundo bien será:

$$m = \frac{c+d}{d} p_2 x_2$$

En lugar de manejar la función de utilidad anterior podemos realizar una transformación monótona creciente de la misma elevándola al exponente $\frac{1}{c+d}$:

$$u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$$

donde $a = \frac{c}{c+d}$ y $1-a = \frac{d}{c+d}$.

Las funciones de demanda, como sabemos, no sufren alteración dado que esta nueva función de utilidad representa las mismas preferencias del consumidor.

Adoptarán ahora, en la nueva notación, la siguiente expresión formal:

$$x_1 = a \frac{m}{p_1} \quad x_2 = (1-a) \frac{m}{p_2}$$

tal como aparece en el libro de texto.

La senda de expansión de la renta será:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{1-a}{a} \frac{p_1}{p_2} \quad x_2 = \frac{1-a}{a} \frac{p_1}{p_2} x_1$$

Y las curvas de Engel:

$$m = \frac{p_1}{a} x_1 \quad m = \frac{p_2}{1-a} x_2$$

de pendientes $\frac{p_1}{a}$ y $\frac{p_2}{1-a}$ respectivamente.

4. *Sobre las preferencias homotéticas.* Son aquellas en las que la RMS es constante o sólo depende de la proporción en que se consumen ambos bienes y no de la escala, es decir, de la cantidad consumida de ambos bienes.

En el caso de los sustitutivos perfectos, la RMS en valor absoluto es a/b como hemos visto; en el caso de los complementarios perfectos es cero, dado que los bienes se consumen siempre en la misma proporción; en el caso de las preferencias Cobb-Douglas, tal como se vio en el Capítulo 4:

$$RMS = \frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{x_2 c}{x_1 d}$$

Las preferencias homotéticas tienen la propiedad de que dan lugar a curvas de Engel lineales que pasan por el origen de coordenadas, como hemos visto a lo largo del presente capítulo.

Otra propiedad bien conocida de las preferencias homotéticas es que la proporción de la renta gastada en cada uno de los bienes es constante aunque la renta varíe, permaneciendo inalterados los precios de las mercancías.

En el caso de los sustitutivos perfectos el consumidor siempre compra el más barato cualquiera que fuere el nivel de renta. En el caso de los complementarios perfectos ambos bienes se consumen siempre en una determinada proporción, por lo que la proporción de la renta gastada en cada uno de los bienes es constante. En el caso de las preferencias Cobb-Douglas, como ya se vio en el capítulo anterior, la proporción de la renta gastada en cada uno de los bienes depende sólo de los parámetros que figuran como exponente en dicha función de utilidad.

5. *Curva de oferta-renta y curvas de Engel correspondientes a las preferencias cuasilineales.* Consideremos la siguiente función de utilidad vista en el capítulo anterior:

$$u(x_1, x_2) = \ln x_1 + bx_2$$

La función de demanda correspondiente anteriormente deducida es:

$$x_1 = \frac{p_2}{p_1 b} \quad x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{1}{b}$$

La curva de Engel para el primer bien será una línea con un tramo recto vertical, dado que la cantidad demandada de aquél es independiente del nivel de renta. Para más detalles, consúltese el material correspondiente colgado en el curso virtual (preferencias cuasilineales).

En el caso del segundo bien, despejando m tendremos:

$$m = \left(x_2 + \frac{1}{b} \right) p_2 = \frac{p_2}{b} + p_2 x_2$$

Se trata, pues, de una curva de Engel lineal, de pendiente p_2 .

La senda de expansión de la renta debe ser una línea con un tramo recto vertical, dado que la cantidad demandada del bien 1 permanece constante al variar la renta del consumidor, destinándose esta última al consumo del bien 2. Para más detalles, consúltese el material correspondiente colgado en el curso virtual (preferencias cuasilineales).

6. **Elasticidad: concepto.** Consideremos la función de demanda que, como sabemos, nos indica la cantidad demandada de cada uno de los bienes dependiendo de los precios y la renta del consumidor:

$$x_1 = x_1(p_1, p_2, m) \quad x_2 = x_2(p_1, p_2, m)$$

En este capítulo estamos haciendo ejercicios de **estática comparativa**. Es decir, estamos estudiando cómo varía la cantidad demandada de un bien cuando se altera la renta y los precios permanecen constantes. O bien, cuando se altera el precio de un bien determinado y la renta y los precios de los restantes bienes permanecen constantes.

La elasticidad es una medida del grado de sensibilidad en relación a la variación de la cantidad demandada de un bien cuando se altera la renta o los precios de los bienes.

6.1. Elasticidad-renta de la demanda

$$\varepsilon_{1m} = \frac{\partial x_1 / x_1}{\partial m / m} = \frac{\partial x_1}{\partial m} \frac{m}{x_1} \quad \varepsilon_{2m} = \frac{\partial x_2 / x_2}{\partial m / m} = \frac{\partial x_2}{\partial m} \frac{m}{x_2}$$

Nos indica la intensidad con que varía la cantidad demandada de cada uno de los bienes al variar la renta del consumidor, permaneciendo constantes los precios. Por definición, la elasticidad-renta de la demanda es el cociente entre la variación porcentual de la cantidad demandada del bien y la variación porcentual de la renta del consumidor que da origen a aquélla.

- a) Si se trata de un bien normal, esto es, $\partial x_1 / \partial m > 0$, entonces obviamente $\varepsilon_{1m} > 0$. En resumen, los bienes normales tienen una elasticidad-renta positiva. La curva de Engel es creciente.
- b) Si se trata de un bien inferior, esto es, $\partial x_1 / \partial m < 0$, entonces obviamente $\varepsilon_{1m} < 0$. En resumen, los bienes inferiores tienen una elasticidad-renta negativa. La curva de Engel es decreciente.
- c) Si se trata de un bien de lujo su elasticidad-renta es lógicamente positiva, por ser un bien normal, pero mayor que la unidad. Es decir, un crecimiento de la renta en una determinada proporción ocasiona un crecimiento de la cantidad demandada del bien en mayor proporción.
- d) Si se trata de un bien necesario su elasticidad-renta es lógicamente positiva, por ser un bien normal, pero menor que la unidad. Es decir, un crecimiento de la renta en una determinada proporción ocasiona un crecimiento de la cantidad demandada del bien en menor proporción.
- e) La elasticidad renta unitaria corresponde a bienes normales tales que un incremento de la renta en una determinada proporción ocasiona un incremento de la cantidad demandada del bien en la misma proporción.

En este caso, la curva de Engel es una línea recta que pasa por el origen. Este es precisamente el caso de las preferencias homotéticas.

Efectivamente, tomemos por ejemplo las preferencias Cobb-Douglas. La función de demanda del primer bien deducida en el texto es:

$$x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}$$

A partir de aquí obtendremos:

$$\frac{\partial x_1}{\partial m} = \frac{c}{c+d} \frac{1}{p_1}$$

Por consiguiente, sustituyendo en la fórmula que define la elasticidad-renta de la demanda, resultará: $\varepsilon_{1m} = 1$.

El alumno puede comprobar por su cuenta que la elasticidad renta es unitaria para el caso de los bienes complementarios perfectos. Así como para el caso de los sustitutivos perfectos, cuando el bien en consideración es aquel en el que se gasta toda la renta.

- f) La elasticidad-renta de la demanda del bien 1 es igual a cero en el caso de las preferencias cuasi-lineales. La curva de Engel, como hemos visto, es una línea con un tramo recto vertical. Esto es debido a que $\partial x_1 / \partial m = 0$, es decir, la demanda del bien 1 no depende del nivel de renta.

Para el caso del bien 2 cuya función de demanda es:

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{1}{b}$$

Calculemos primero:

$$\frac{\partial x_2}{\partial m} = \frac{1}{p_2}$$

Por consiguiente la elasticidad-renta resultará ser:

$$\varepsilon_{2m} = \frac{\frac{m}{p_2}}{\frac{m}{p_2} - \frac{1}{b}}$$

Evidentemente, esta elasticidad es distinta de 1. Por lo que tales preferencias no resultan ser homotéticas.

6.2. Elasticidad-precio de la demanda

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial x_1 / x_1}{\partial p_1 / p_1} = \frac{\partial x_1}{\partial p_1} \frac{p_1}{x_1} \quad \varepsilon_{22} = \frac{\partial x_2 / x_2}{\partial p_2 / p_2} = \frac{\partial x_2}{\partial p_2} \frac{p_2}{x_2}$$

En el caso del bien 1, por ejemplo, nos indica la intensidad con que varía la cantidad demandada del citado bien al variar su propio precio, permaneciendo constantes la renta del consumidor y el precio del otro bien. Por definición, la elasticidad-precio de la demanda del bien 1 es el cociente entre la variación porcentual de la cantidad demandada del bien y la variación porcentual en su propio precio que da origen a aquella.

- a) Cuando se trata de un bien ordinario la elasticidad-precio es negativa ($\varepsilon_{11} < 0$) debido a que, como sabemos, $\partial x_1 / \partial p_1 < 0$. Por este motivo, normalmente aparece un signo negativo en la fórmula que define la elasticidad-precio, para tomar ésta última en valor absoluto.

De esta manera, se dice que la demanda del bien 1 es elástica cuando $|\varepsilon_{11}| > 1$, inelástica o rígida cuando $|\varepsilon_{11}| < 1$, y de elasticidad unitaria cuando $|\varepsilon_{11}| = 1$.

- b) Cuando se trata de un bien Giffen la elasticidad-precio es positiva, dado que $\partial x_1 / \partial p_1 > 0$.

6.3. Elasticidad-precio cruzada de la demanda

$$\varepsilon_{12} = \frac{\partial x_1 / x_1}{\partial p_2 / p_2} = \frac{\partial x_1}{\partial p_2} \frac{p_2}{x_1} \quad \varepsilon_{21} = \frac{\partial x_2 / x_2}{\partial p_1 / p_1} = \frac{\partial x_2}{\partial p_1} \frac{p_1}{x_2}$$

En el caso del bien 1, por ejemplo, nos indica la intensidad con que varía la cantidad demandada del citado bien al variar el precio del bien 2, permaneciendo constantes la renta del consumidor y el precio

del bien 1. Por definición, la elasticidad-precio cruzada de la demanda del bien 1 es el cociente entre la variación porcentual de la cantidad demandada del bien y la variación porcentual en el precio del otro bien que da origen a aquélla.

- a) **Bienes sustitutivos brutos.** Cuando la cantidad demandada del bien 1 crece al aumentar el precio del bien 2, permaneciendo constantes la renta y el precio del bien 1. Tendremos $\partial x_1 / \partial p_2 > 0$, en tal caso resultará: $\epsilon_{12} > 0$. Se dice que el bien 1 es sustitutivo bruto del bien 2.
- b) **Bienes complementarios brutos.** Cuando la cantidad demandada del bien 1 disminuye al aumentar el precio del bien 2, permaneciendo constantes la renta y el precio del bien 1. Tendremos $\partial x_1 / \partial p_2 < 0$, en tal caso resultará: $\epsilon_{12} < 0$. Se dice que el bien 1 es complementario bruto del bien 2.
- c) **Bienes independientes brutos.** Cuando la cantidad demandada del bien 1 no se altera al variar el precio del bien 2, permaneciendo constantes la renta y el precio del bien 1. Tendremos $\partial x_1 / \partial p_2 = 0$, en tal caso resultará: $\epsilon_{12} = 0$. Se dice que el bien 1 es independiente bruto del bien 2.

No obstante lo dicho anteriormente acerca de los bienes sustitutivos e independientes brutos, en el epígrafe 6.7, antepenúltimo párrafo, del libro de texto hay que realizar el siguiente comentario: $\partial x_1 / \partial p_2$ es positivo (o cero) cuando los bienes son sustitutivos perfectos, dado que cuando toda la renta se dedica, por ejemplo, exclusivamente al consumo del bien 1, una pequeña reducción del precio del bien 2 no afecta a la cantidad demandada del bien 1 ($\partial x_1 / \partial p_2 = 0$, $\epsilon_{12} = 0$), hasta que sucesivas reducciones de p_2 dan lugar a que deje de consumirse completamente el bien 1 y toda la renta se destine a demandar el bien 2 ($\partial x_1 / \partial p_2 > 0$, $\epsilon_{12} > 0$). De ahí que los bienes sustitutivos perfectos sean sustitutivos brutos en general, comportándose en algunos momentos como bienes independientes brutos.

PREGUNTAS DE TEST

6.1. La función que relaciona la cantidad demandada de cada bien por un consumidor, proveniente de su elección óptima, con los diferentes valores de los precios de todos los bienes y la renta del consumidor recibe el nombre de:

- a) Función de demanda.
- b) Curva de demanda.
- c) Curva de Engel.
- d) Curva de oferta-renta.

RESPUESTA: a.

6.2. Permaneciendo constantes los precios de los bienes, si al aumentar la renta crece la cantidad demandada de un bien, se trata entonces de un bien:

- a) Inferior.
- b) Normal.

- c) Giffen.
- d) Ordinario.

RESPUESTA: b.

6.3. Permaneciendo constantes los precios de los bienes, si se cumple que $\Delta x_1/\Delta m < 0$, entonces el bien 1 es un bien:

- a) Inferior.
- b) Normal.
- c) Giffen.
- d) De lujo.

RESPUESTA: a.

6.4. Permaneciendo constantes los precios de los bienes, el lugar geométrico de las cestas demandadas de cada uno de los bienes cuando varía la renta recibe el nombre de:

- a) Curva de oferta-precio.
- b) Curva de demanda.
- c) Curva de Engel.
- d) Curva de oferta-renta o senda de expansión de la renta.

RESPUESTA: d.

6.5. La curva de oferta-renta o senda de expansión de la renta es creciente si y sólo si ambos bienes son:

- a) Inferiores.
- b) Uno de ellos inferior y el otro normal.
- c) Normales.
- d) Giffen.

RESPUESTA: c.

Explicación: Puesto que el consumidor gasta toda su renta en la adquisición de dos bienes, éstos nunca pueden ser inferiores. Dado que si la renta aumentara permaneciendo inalterados los precios de ambos bienes, y estos últimos fueran inferiores, entonces al demandar una cantidad menor de cada uno de ellos el consumidor no gastaría todos sus ingresos, lo cual resulta ser una contradicción.

Como ambos bienes no pueden ser simultáneamente inferiores, tampoco pueden ser bienes Giffen.

6.6. Si el bien 1 es normal (representado en el eje de abscisas) y el bien 2 inferior (representado en el eje de ordenadas), entonces la curva de oferta-renta o senda de expansión de la renta debe ser:

- a) Decreciente.
- b) Creciente.
- c) Horizontal.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

Explicación: Al ser decreciente la senda de expansión de la renta, la cantidad demandada del bien 1 aumenta al crecer la renta (bien normal), en cambio disminuye la cantidad demandada del bien 2 (bien inferior). En este caso, se puede pintar un gráfico semejante a la Figura 6.2 del libro de texto, de forma que conforme aumenta la renta (alejamiento del origen de coordenadas de la recta presupuestaria), el punto de tangencia con la curva de indiferencia más alta tuviera lugar a lo largo de la senda de expansión de la renta a medida que nos desplazamos hacia abajo y a la derecha. Precisamente, en la Figura 6.2 ocurre lo contrario. La renta aumenta conforme nos desplazamos a lo largo de la senda de expansión de renta (decreciente) hacia arriba y a la izquierda; por este motivo, el primer bien es inferior y el segundo normal.

Para más detalles, consúltese el material correspondiente colgado en el curso virtual (senda de expansión de la renta).

6.7. Permaneciendo constantes los precios de los bienes, la función que relaciona la cantidad demandada de un determinado bien con el nivel de renta recibe el nombre de:

- a) Función de demanda.
- b) Curva de demanda.
- c) Curva de Engel.
- d) Curva de oferta-renta.

RESPUESTA: c.

6.8. Si un bien es inferior la curva de Engel resulta ser:

- a) Creciente.
- b) Una línea recta horizontal.
- c) Decreciente.
- d) Una línea recta vertical.

RESPUESTA: c.

Explicación: No puede ser una línea recta horizontal porque entonces para un mismo nivel de renta habría varias cantidades demandadas de un determinado bien y no se trataría de una función matemática sino de una correspondencia. Tampoco puede ser una línea vertical porque entonces la alteración del nivel de renta no afectaría a la cantidad demandada. Debe ser una línea recta o curva en cualquier caso decreciente.

6.9. Si un bien es normal la curva de Engel resulta ser:

- a) Creciente.
- b) Una línea recta horizontal.
- c) Decreciente.
- d) Una línea recta vertical.

RESPUESTA: a.

6.10. Dada la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$. Si $p_1/p_2 > a/b$, la curva de Engel correspondiente al segundo bien es:

- a) $m = p_1 x_2$.
- b) $p_1 x_1 / x_2 = m$.
- c) $m = p_2 x_2$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

6.11. Dada la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = \min\left\{\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right\}$, la curva de oferta-renta es:

- a) $x_2 = \frac{\alpha}{\beta} x_1$.
- b) $m = \frac{p_1 \alpha + p_2 \beta}{\beta} x_2$.
- c) $x_1 = \frac{\beta}{\alpha} x_2$.
- d) $x_2 = \frac{\beta}{\alpha} x_1$.

RESPUESTA: d.

6.12. Dada la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = \min\left\{\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right\}$, la curva de Engel correspondiente al segundo bien es:

- a) $m = \frac{p_1 \alpha + p_2 \beta}{\beta} x_2$.
- b) $m = \frac{p_2 \alpha + p_1 \beta}{\beta} x_2$.
- c) $m = \frac{p_1 \beta + p_2 \alpha}{\alpha} x_2$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

6.13. Dada la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$, la curva de oferta-renta es:

- a) $x_2 = \frac{p_2 d}{p_1 c} x_1$.
- b) $x_2 = \frac{p_1 d}{p_2 c} x_1$.

c) $m = \frac{c + d}{c} p_1 x_1.$

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

6.14. Dada la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$, la curva de Engel correspondiente al primer bien es:

a) $x_2 = \frac{p_1 d}{p_2 c} x_1.$

b) $m = \frac{c + d}{c} p_2 x_1.$

c) $m = \frac{c + d}{c} p_1 x_1.$

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

6.15. Dada la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + b x_2$, la curva de Engel correspondiente al segundo bien es:

a) $x_1 = \frac{p_2}{p_1 b}.$

b) $m = \frac{p_2}{b} + p_2 x_2.$

c) $m = \frac{p_1}{b} + p_2 x_2.$

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

6.16. Dada la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + b x_2$, la curva de Engel correspondiente al primer bien es:

a) Una línea con un tramo recto vertical, al representar la renta en el eje de ordenadas.

b) Una línea curva de pendiente positiva.

c) Una línea inclinada que pasa por el origen.

d) Una línea recta horizontal, al representar la renta en el eje de ordenadas.

RESPUESTA: a.

Explicación: Consúltase el material correspondiente colgado en el curso virtual (preferencias cuasilineales).

6.17. Dada la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + b x_2$, la senda de expansión de la renta es:

a) Una línea con un tramo recto vertical.

- b) Una línea curva de pendiente positiva.
- c) Una línea inclinada que pasa por el origen.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

Explicación: Consúltase el material correspondiente colgado en el curso virtual (preferencias cuasilineales).

6.18. Permaneciendo constantes los precios de los bienes, si la demanda de un bien crece más que proporcionalmente con la renta, se trata entonces de un bien:

- a) De lujo.
- b) Necesario.
- c) Inferior.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

6.19. Permaneciendo constantes los precios de los bienes, si la demanda de un bien crece menos que proporcionalmente con la renta, se trata entonces de un bien:

- a) De lujo.
- b) Necesario.
- c) Inferior.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

6.20. Las preferencias cuasilineales son homotéticas:

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: Dada una función de utilidad correspondiente a este tipo de preferencias,

$u(x_1, x_2) = \ln x_1 + bx_2$, resultará: $RMS = -\frac{1}{bx_1}$, tal como fue deducida en el Capítulo 4.

La RMS depende de la cantidad consumida del bien 1, y no de la proporción en que se consumen ambos bienes.

También puede argumentarse que la elasticidad-renta de la demanda del primer bien no es unitaria (precisamente cero).

6.21. Las preferencias Cobb-Douglas son homotéticas:

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

6.22. Proporción de la renta gastada en cada uno de los bienes varía con el nivel de renta si las preferencias son homotéticas.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

6.23. Las preferencias homotéticas dan origen a curvas de Engel de pendiente variable con el nivel de renta.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: Las preferencias homotéticas dan lugar a curvas de Engel que son líneas rectas que pasan por el origen, por lo que su pendiente es constante.

6.24. Si se cumple $\partial x_1 / \partial p_1 < 0$, entonces el bien 1 es necesariamente un bien:

- a) Giffen.
- b) Inferior.
- c) Ordinario.
- d) Normal.

RESPUESTA: c.

6.25. Si se cumple $\partial x_1 / \partial p_1 > 0$, entonces el bien 1 es un bien:

- a) Giffen.
- b) Normal.
- c) Ordinario.
- d) De lujo.

RESPUESTA: a.

6.26. El lugar geométrico de las cestas demandadas de cada uno de los bienes, cuando varía el precio de uno de ellos y permanecen constantes la renta y el precio de los restantes bienes, recibe el nombre de:

- a) Curva de oferta-renta.
- b) Curva de Engel.
- c) Curva de demanda.
- d) Curva de oferta-precio.

RESPUESTA: d.

6.27. La función que relaciona la cantidad demandada de un bien con su propio precio, permaneciendo la renta y los precios de los restantes bienes constantes, recibe el nombre de:

- a) Función de demanda.

- b) Curva de demanda.
- c) Curva de Engel.
- d) Curva de oferta-precio.

RESPUESTA: b.

6.28. Si la curva de demanda de un bien tiene pendiente negativa, entonces el bien es necesariamente:

- a) Inferior.
- b) Giffen.
- c) Ordinario.
- d) Normal.

RESPUESTA: c.

6.29. La curva de demanda de un bien tiene pendiente positiva si el bien es:

- a) Inferior.
- b) Giffen.
- c) Ordinario.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

6.30. La elasticidad-renta de la demanda de un bien inferior es:

- a) Negativa.
- b) Nula.
- c) Positiva.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

6.31. La elasticidad-renta de la demanda de un bien normal es:

- a) Negativa.
- b) Nula.
- c) Positiva.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

6.32. La elasticidad-renta de la demanda de un bien de lujo es:

- a) Negativa.
- b) Menor que uno.
- c) Unitaria.
- d) Mayor que uno.

RESPUESTA: d.

6.33. La elasticidad-renta de la demanda de un bien de necesario es:

- a) Negativa.
- b) Menor que uno.
- c) Unitaria.
- d) Mayor que uno.

RESPUESTA: b.

6.34. Cuando de un bien se demanda una cantidad positiva, la elasticidad-renta de la demanda del citado bien proveniente de unas preferencias homotéticas es:

- a) Negativa.
- b) Menor que uno.
- c) Unitaria.
- d) Mayor que uno.

RESPUESTA: c.

6.35. Dada la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + bx_2$, la elasticidad-renta de la demanda del primer bien es:

- a) Negativa.
- b) Mayor que uno.
- c) Unitaria.
- d) Cero.

RESPUESTA: d.

6.36. Considerando preferencias Cobb-Douglas, la elasticidad-precio de la demanda de un bien es, en valor absoluto, igual a:

- a) Uno.
- b) Cero.
- c) Mayor que uno.
- d) Menor que uno.

RESPUESTA: a.

Explicación: Tomemos la función de demanda, por ejemplo, del bien 1 correspondiente a este tipo de preferencias:

$$x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}$$

Calculemos primero:

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{c}{c+d} m \left(-\frac{1}{p_1^2} \right)$$

Por consiguiente la elasticidad-precio resultará ser:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial x_1}{\partial p_1} \frac{p_1}{x_1} = -1$$

6.37. Considerando preferencias cuasilineales tales como $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + bx_2$, la elasticidad-precio de la demanda del primer bien es, en valor absoluto, igual a:

- a) Uno.
- b) Cero.
- c) Mayor que uno.
- d) Menor que uno.

RESPUESTA: a.

Explicación: La función de demanda del primer bien deducida anteriormente es: $x_1 = \frac{p_2}{p_1 b}$. Calculemos en primer lugar:

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{p_2}{b} \left(-\frac{1}{p_1^2} \right)$$

Por consiguiente la elasticidad-precio resultará ser:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial x_1}{\partial p_1} \frac{p_1}{x_1} = -1$$

6.38. Cuando las preferencias son Cobb-Douglas, los bienes resultan ser:

- a) Sustitutivos brutos.
- b) Complementarios brutos.
- c) Independientes brutos.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

Explicación: Tomemos la función de demanda del primer bien:

$$x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}$$

Evidentemente, $\partial x_1 / \partial p_2 = 0$, la función de demanda del bien 1 no depende del precio del bien 2. Por consiguiente, $\varepsilon_{12} = 0$. Lo mismo puede decirse del bien 2.

6.39. Cuando las preferencias son cuasilineales tales como $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + bx_2$, el primer bien resulta ser:

- a) Sustitutivo bruto del bien 2.

- b) Complementario bruto del bien 2.
- c) Independiente bruto del bien 2.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

Explicación: Tomemos la función de demanda del primer bien $x_1 = \frac{p_2}{p_1 b}$. Calculemos en primer

lugar: $\frac{\partial x_1}{\partial p_2} = \frac{1}{p_1 b}$. Por lo que resultará:

$$\varepsilon_{12} = \frac{\partial x_1}{\partial p_2} \frac{p_2}{x_1} = 1$$

6.40. Consideremos la curva inversa de demanda del bien 1, si $p_2=1$ entonces debe satisfacerse la siguiente igualdad:

- a) $p_1 = \text{RMS}$.
- b) $p_1 = |\text{RMS}|$.
- c) $p_1 = -dx_1/dx_2$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

Explicación: La elección óptima del consumidor, estudiada en el Capítulo 5, exige el cumplimiento de la siguiente condición:

$$\text{RMS} = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{p_1}{p_2} \quad |\text{RMS}| = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

6.41. Si $p_2=1$ y suponemos que el bien 2 es el dinero que tiene el consumidor para gastar en otros bienes, entonces la curva inversa de demanda del bien 1 nos indica (señale la respuesta errónea):

- a) La disposición marginal a pagar por parte del consumidor, que es igual al precio del primer bien.
- b) $p_1 = |\text{RMS}|$.
- c) El precio que está dispuesto a pagar el consumidor en función de la cantidad demandada del bien 1.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: d.

COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO

1. Problema 2. También se puede emplear otro tipo de argumentación en lugar de la que aparece en el texto para demostrar que los sustitutivos perfectos son un ejemplo de preferencias homotéticas.

Basta demostrar que la RMS, o es constante, o sólo depende de la proporción en que se consumen ambos bienes, siendo independiente de la escala, es decir, de la cantidad consumida de ambos bienes. Tal como se ha afirmado en la presente guía, punto 4 de Aclaraciones y Comentarios a este capítulo.

Para el caso de los bienes sustitutivos perfectos, $RMS = -a/b$, o bien $RMS = -1$ cuando se maneja la función de utilidad del libro de texto, que es un caso particular. De cualquier modo, la RMS es constante para los sustitutivos perfectos.

2. Problema 3. La argumentación es similar a la del problema anterior y ya se desarrolló en la presente guía didáctica, punto 4 de Aclaraciones y Comentarios a este capítulo.
3. Problema 6. La función de demanda del bien 1 correspondiente al caso de los complementarios perfectos se dedujo en el capítulo anterior:

$$x_1 = m \frac{\alpha}{p_1 \alpha + p_2 \beta}$$

Despejando p_1 , la función inversa de demanda será:

$$p_1 = -p_2 \frac{\beta}{\alpha} + \frac{m}{x_1}$$

En el momento en que tanto p_2 como m son constantes, esta función inversa de demanda recibe el nombre de curva inversa de demanda del bien 1.

El lector no tiene que hacer más que $\alpha=\beta=1$ para obtener la curva inversa de demanda del texto, la cual proviene de la función de utilidad:

$$u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$$

Como es obvio, resulta ser un caso particular de la manejada por nosotros.

CAPÍTULO 7

LA PREFERENCIA REVELADA

Este capítulo se exige íntegramente en el examen.

PREGUNTAS DE TEST

7.1. Si a los precios (p_1, p_2) un consumidor revela directamente que prefiere la cesta (x_1, x_2) a la cesta (y_1, y_2) deberá cumplirse la siguiente restricción:

- a) $p_1x_1 + p_2x_2 \leq p_1y_1 + p_2y_2$.
- b) $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$.
- c) $p_1x_1 + p_2x_2 < p_1y_1 + p_2y_2$.
- d) $p_1x_1 + p_2x_2 > p_1y_1 + p_2y_2$.

RESPUESTA: b.

7.2. Si a los precios (p_1, p_2) un consumidor elige la cesta (x_1, x_2) y se cumple $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$, entonces puede concluirse que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

7.3. Sean (x_1, x_2) e (y_1, y_2) dos cestas diferentes, si a los precios (p_1, p_2) el consumidor elige la primera cesta y se cumple $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$; y a los precios (q_1, q_2) el consumidor elige la segunda cesta y se cumple $q_1y_1 + q_2y_2 \geq q_1x_1 + q_2x_2$. Entonces puede decirse que se cumple el axioma débil de la preferencia revelada.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: Puesto que a los precios (p_1, p_2) el consumidor elige la primera cesta y la segunda le resulta asequible, revela directamente la preferencia de la primera cesta por la segunda. Por otra parte, puesto que a los precios (q_1, q_2) el consumidor elige la segunda cesta y la primera le resulta asequible, revela directamente la preferencia de la segunda cesta por la primera. Luego su comportamiento es inconsistente; viola el axioma débil de la preferencia revelada.

7.4. Sean (x_1, x_2) e (y_1, y_2) dos cestas diferentes, si a los precios (p_1, p_2) el consumidor elige la primera cesta y se cumple $p_1 x_1 + p_2 x_2 < p_1 y_1 + p_2 y_2$; y a los precios (q_1, q_2) el consumidor elige la segunda cesta y se cumple $q_1 y_1 + q_2 y_2 < q_1 x_1 + q_2 x_2$. Entonces puede decirse que se satisface el axioma débil de la preferencia revelada.

a) Verdadero.

b) Falso.

RESPUESTA: a.

Explicación: A los precios (p_1, p_2) el consumidor elige la cesta (x_1, x_2) , pero no revela directamente que la prefiere a la cesta (y_1, y_2) , dado que esta última es más cara que la primera. A los precios (q_1, q_2) el consumidor elige la cesta (y_1, y_2) , pero tampoco revela directamente que la prefiere a la cesta (x_1, x_2) , dado que esta última es más cara. Por consiguiente se cumple el axioma débil de la preferencia revelada.

7.5. Si un consumidor revela, directa o indirectamente, que prefiere (x_1, x_2) a (y_1, y_2) , y ambas cestas de bienes son diferentes, y no revela, ni directa ni indirectamente, que prefiere (y_1, y_2) a (x_1, x_2) entonces puede decirse que:

a) Se cumple el axioma fuerte de la preferencia revelada.

b) No se cumple el citado axioma.

c) Carece de sentido el enunciado.

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO

1. Problema 1. Si elaboramos un cuadro semejante al 7.2 del libro de texto tendremos:

Precios	Cestas	
	(1,2)	(2,1)
(1,2)	5	4*
(2,1)	4*	5

Obviamente el consumidor viola el axioma débil de la preferencia revelada. Consúltense el material didáctico del curso virtual (axioma débil de la preferencia revelada).

2. Problema 2. Elaborando el correspondiente cuadro tendremos:

Precios	Cestas	
	(1,2)	(2,1)
(2,1)	4	5
(1,2)	5	4

Obviamente el consumidor no viola el axioma débil de la preferencia revelada. Consúltese el material didáctico del curso virtual (axioma débil de la preferencia revelada).

3. Problema 4. Si ambos precios varían en la misma proporción la pendiente de la recta presupuestaria no se altera, seguiría siendo p_1/p_2 . En tal caso, una vez compensados los pensionistas para que mantengan su capacidad adquisitiva, su elección óptima coincidiría con la del año base.

Se trataría de una inflación "equilibrada", subiría el nivel de precios pero no se alteraría el precio relativo de ambos bienes p_1/p_2 .

4. Problema 5. La argumentación es la misma que la del problema 6 del capítulo 5. Si las preferencias del consumidor se corresponden con las de los bienes complementarios perfectos, la elección óptima de aquél es siempre la misma cualquiera que fuere la inclinación de la recta presupuestaria (cualesquiera que fueren los precios relativos), siempre que se mantenga intacta la capacidad adquisitiva del consumidor.

Todas las rectas presupuestarias pasarían por el punto (x_1^b, x_2^b) de la Figura 7.6, donde tocarían el vértice de la curva de indiferencia de mayor nivel de utilidad.

CAPÍTULO 8

LA ECUACIÓN DE SLUTSKY

Este capítulo se exige íntegramente en el examen.

ACLARACIONES Y COMENTARIOS

1. Epígrafe 8.3. Signo del efecto-sustitución, segundo párrafo. Al referirse al segmento de la recta pivotada que se encuentra por debajo del conjunto presupuestario inicial, se está refiriendo al segmento $(m'/p_2, X)$ de la Figura 8.2.
2. Epígrafe 8.4. Para entender mejor el signo del efecto total de la variación de la demanda de un bien al variar su precio, así como el signo del efecto-renta, hay que acudir al epígrafe 8.5 y centrarse en la primera fórmula que aparece en la página 149.

La identidad de Slutsky puede escribirse del siguiente modo:

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \left(\frac{\partial x_1}{\partial p_1} \right)_s - \frac{\partial x_1}{\partial m} x_1$$

La variación total de la demanda de un bien al variar su precio (efecto total=ET) es la suma del efecto-sustitución (ES) más el efecto-renta (ER):

$$ET = \frac{\partial x_1}{\partial p_1} \quad ES = \left(\frac{\partial x_1}{\partial p_1} \right)_s \quad ER = - \frac{\partial x_1}{\partial m} x_1$$
$$ET = ES + ER$$

Está claro entonces, que si se trata de un bien normal ($\partial x_1 / \partial m > 0$) el efecto-renta será negativo. Esto es, la variación de la cantidad demandada de un bien, debida al efecto-renta, tiene signo opuesto al de la variación del precio del bien que da lugar la primera.

Lo contrario puede decirse si se trata de un bien inferior ($\partial x_1 / \partial m < 0$), entonces el efecto-renta será positivo. Esto es, la variación de la cantidad demandada de un bien, debida al efecto-renta, tiene el mismo signo que el de la variación del precio del bien que da lugar a la primera.

A partir de aquí, es fácil deducir que como el signo del efecto-sustitución nunca es positivo (normalmente negativo), el signo del efecto total de la variación de la demanda de un bien ante la variación de su precio será negativo para los bienes normales y de signo indeterminado para los bienes inferiores.

En el caso particular en que este signo sea positivo, estamos ante un bien que además de ser inferior es un bien Giffen.

3. Página 147, último párrafo. Dice que el efecto-renta del bien 1, que es inferior, es negativo. Hemos visto en el punto anterior que el efecto-renta de un bien inferior es siempre positivo. No se trata de una contradicción. En el gráfico 8.3 está considerando una *reducción* del precio del bien 1, por tanto, debido al efecto-renta en sí mismo, tendrá lugar una *reducción* de la cantidad demandada del bien 1. Al decir en el texto que el efecto-renta de ese bien inferior es negativo *está haciendo referencia a la reducción de la cantidad demandada* $\Delta x_1^n < 0$ *a causa de este efecto*.

El alumno debe poner cuidado en diferenciar bien entre la variación de la cantidad demandada de un bien debida al efecto renta o sustitución, tal variación puede ser positiva o negativa, dependiendo de cómo varíe el precio del bien; y, por otra parte, *la relación entre el signo de la variación de la cantidad demandada del bien y el signo de la variación del precio del bien. Si ambas variaciones tienen el mismo signo se dice que el efecto en cuestión es positivo, si tienen signo contrario que es negativo*.

4. Epígrafe 8.7. Para dar generalidad a las afirmaciones vertidas en el libro de texto en este epígrafe, vamos a calcular las expresiones funcionales del efecto total, efecto-renta y efecto-sustitución correspondientes a diferentes funciones de demanda manejadas con anterioridad.

a) **Complementarios perfectos.** Tomemos la función de demanda del bien 1 deducida en capítulos anteriores:

$$x_1 = m \frac{\alpha}{p_1\alpha + p_2\beta}$$

Consideremos la identidad de Slutsky:

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \left(\frac{\partial x_1}{\partial p_1} \right)_s - \frac{\partial x_1}{\partial m} x_1$$

Calculemos:

$$ET = \frac{\partial x_1}{\partial p_1} = - \frac{\alpha^2 m}{(p_1\alpha + p_2\beta)^2} < 0$$

Se trata de un bien ordinario.

$$\frac{\partial x_1}{\partial m} = \frac{\alpha}{p_1\alpha + p_2\beta}$$

$$ER = - \frac{\partial x_1}{\partial m} x_1 = - \frac{\alpha^2 m}{(p_1\alpha + p_2\beta)^2} < 0$$

Se trata de un bien normal, como sabemos, por eso el efecto-renta es negativo.

El efecto-sustitución será:

$$ES = ET - ER = 0$$

Luego para los bienes complementarios perfectos, el efecto-sustitución es nulo, y el efecto-renta es negativo, por tratarse de bienes normales. Por consiguiente, el efecto total es lógicamente negativo (se trata de bienes ordinarios), y coincide con el efecto-renta.

b) *Sustitutivos perfectos*. Tomemos la función de demanda deducida en el Capítulo 5 por ejemplo para el caso en que $p_1/p_2 > a/b$:

$$x_1 = 0 \quad x_2 = m/p_2$$

Supongamos que disminuye p_1 . En un primer momento, mientras siga cumpliéndose la desigualdad $p_1/p_2 > a/b$, la función de demanda no sufre alteración alguna, y de ahí, tampoco las cantidades demandadas de ambos bienes ante una pequeña reducción de p_1 . Por consiguiente, el efecto-sustitución para el primer bien ante una reducción de su precio sería nulo; y lo mismo sucedería con el efecto-renta y el efecto total.

Pero cuando la reducción de p_1 alcanza un determinado nivel y pasa a cumplirse la siguiente desigualdad: $p_1/p_2 < a/b$; entonces la función de demanda resultante, como vimos en el Capítulo 5, resulta ser:

$$x_1 = m/p_1 \quad x_2 = 0$$

Ahora, ante una reducción de p_1 , la cantidad demandada x_1 pasa a ser bruscamente positiva y, en cambio, deja de consumirse completamente el bien 2. El efecto total de la reducción de p_1 sobre la cantidad demandada del bien 1 es negativo (se trata de un bien ordinario). El efecto-sustitución, tal como se explica en la Figura 8.5, es igualmente negativo y coincide con el efecto total. El efecto-renta es nulo.

Supongamos que sigue reduciéndose p_1 . En tal caso, seguirá cumpliéndose la condición $p_1/p_2 < a/b$. Por tanto, la función de demanda de ambos bienes no sufre alteración alguna. De esta forma, la cantidad demandada x_2 seguirá siendo nula; en cambio, la cantidad demandada x_1 crece paulatinamente como consecuencia de la reducción de p_1 . De aquí se infiere que el efecto-sustitución es nulo; en cambio, el efecto-renta es negativo (se trata de un bien normal) y coincide con el efecto total.

c) *Preferencias cuasilineales*. Dada la función de utilidad:

$$u(x_1, x_2) = \ln x_1 + bx_2$$

La función de demanda deducida anteriormente para el primer bien es:

$$x_1 = \frac{p_2}{p_1 b}$$

Calculemos los diferentes efectos:

$$ET = \frac{\partial x_1}{\partial p_1} = -\frac{p_2}{bp_1^2} < 0$$

Se trata de un bien ordinario.

$$\partial x_1 / \partial m = 0 \quad ER = 0 \quad ES = ET < 0$$

Cuando las preferencias son cuasilineales, el efecto-renta correspondiente al primer bien es nulo, el efecto-sustitución y efecto total coinciden y son negativos. Se trata, por tanto, de un bien ordinario.

d) *Preferencias Cobb-Douglas*. Consideremos la siguiente función de demanda deducida en el texto en capítulos anteriores:

$$x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}$$

Procedamos del mismo modo:

$$ET = \frac{\partial x_1}{\partial p_1} = -\frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1^2} < 0$$

Se trata de un bien ordinario.

$$\frac{\partial x_1}{\partial m} = \frac{c}{c+d} \frac{1}{p_1}$$

$$ER = -\frac{\partial x_1}{\partial m} x_1 = -\left(\frac{c}{c+d}\right)^2 \frac{m}{p_1^2} < 0$$

Por tratarse de un bien normal, el efecto-renta es negativo.

$$ES = ET - ER = -\frac{cd}{(c+d)^2} \frac{m}{p_1^2} < 0$$

De todo lo expuesto en el presente apartado puede extraerse una conclusión clara: *el signo del efecto-sustitución nunca es positivo; siempre es negativo o nulo, normalmente negativo*.

5. Dada la función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$; la renta inicial del consumidor es 100, $p_1=5$ y $p_2=2$. Si el precio del bien 1 aumenta en una unidad, calcular la variación de la cantidad demandada del bien debida al efecto-sustitución de Hicks.

Se trata de preferencias Cobb-Douglas, por tanto la función de demanda de ambos bienes es:

$$x_1 = m/2p_1 \quad x_2 = m/2p_2$$

La cantidad inicialmente demandada de ambos bienes será:

$$x_1 = 100/10 = 10 \quad x_2 = 100/4 = 25$$

Por consiguiente, dada la cesta de mercancías demandada por el consumidor, éste disfruta inicialmente de un nivel de utilidad:

$$u_0 = 10 \times 25 = 250$$

De esta forma, las cestas de mercancías pertenecientes a la curva de indiferencia cuyo nivel de utilidad es 250 deben satisfacer la siguiente condición:

$$u_0 = x_1 x_2 = m^2/4p_1 p_2 = 250$$

Al subir en una unidad el precio del bien 1, si deseamos permanecer en la misma curva de indiferencia, el consumidor deberá disfrutar del siguiente nivel de renta:

$$m^2 = 4 u_0 p_1 p_2 = 4 \times 250 \times 6 \times 2 \quad m = 109,54$$

En consecuencia, la renta debe crecer en 9,54 unidades para que el consumidor mantenga el mismo nivel de utilidad a los nuevos precios. Ésta es, pues, la variación compensada de la renta aplicando el método de Hicks.

La cantidad demandada del primer bien para esta nueva renta y los nuevos precios será:

$$x_1 = m/2p_1 = 109,54/2 \times 6 = 9,13$$

Por tanto, la variación de la cantidad demandada del bien 1 debida al efecto-sustitución de Hicks es:

$$ES = 9,13 - 10 = -0,87$$

La cantidad total demandada del bien 1 con la renta inicial y los nuevos precios será:

$$x_1 = 100/2 \times 6 = 8,33$$

Por consiguiente, la variación de la cantidad demandada del bien 1 debida al efecto total de la variación del precio de ese bien es:

$$ET = 8,33 - 10 = -1,67$$

De ahí que la variación de la cantidad demandada del bien 1 debida al efecto-renta resulte:

$$ER = ET - ES = -1,67 + 0,87 = -0,80$$

El lector debe comparar estos resultados con los obtenidos en las preguntas de test números 3 y 4, en que se obtienen ambos efectos por el método de Slutsky, que consiste en mantener inalterada la capacidad adquisitiva del consumidor y no su nivel de utilidad. Como puede apreciarse, los resultados no coinciden porque el incremento del precio del bien 1 es finito y no infinitesimal.

6. *Apéndice. Ejemplo: Devolución de un pequeño impuesto.* La función de demanda del bien x , permaneciendo constantes los precios de los restantes bienes, adopta la siguiente expresión:

$$x = x(p, m)$$

Calculando la diferencial total de esta función obtendremos:

$$dx = \frac{\partial x}{\partial p} dp + \frac{\partial x}{\partial m} dm$$

Pero $dp=t$, dado que la variación del precio del bien se debe al establecimiento de un impuesto sobre la cantidad de una cuantía t .

La variación de la renta del consumidor será $dm=tx$, donde tx son los ingresos fiscales derivados del impuesto sobre la cantidad de cuantía t , que son devueltos al consumidor.

PREGUNTAS DE TEST

8.1. Si un consumidor está consumiendo la cesta de bienes (x_1, x_2) y varía p_1 , permaneciendo constantes p_2 y m , la variación de la renta que debe tener lugar para que tal cesta de bienes siga siendo asequible para el consumidor es:

- a) $\Delta m = x_1 \Delta p_1$.
- b) $\Delta m = p_1 \Delta x_1$.
- c) $m = \Delta p_1 \Delta x_1$.
- d) $\Delta m = -\Delta p_1 x_1$.

RESPUESTA: a.

8.2. La variación de la cantidad demandada de un bien cuando varía su precio, permaneciendo constantes los precios de los restantes bienes, y ajustando la renta del consumidor para mantener constante su capacidad adquisitiva, recibe el nombre de:

- a) Efecto-renta.
- b) Efecto-sustitución de Slutsky.
- c) Efecto-precio.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

8.3. Supongamos un consumidor con la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Su renta es 100, y los precios a los que se enfrenta son $p_1=5$, $p_2=2$. Supongamos que p_1 sube en una unidad, permaneciendo todo lo demás constante. Calcular la variación de la cantidad demandada del bien debida al efecto-sustitución por el método de Slutsky.

- a) -1.
- b) 1,50.
- c) -0,50.
- d) -0,84.

RESPUESTA: d.

Explicación: Obtengamos en primer lugar la función de demanda del bien 1 correspondiente a esa función de utilidad Cobb-Douglas:

$$x_1 = m/2p_1$$

Inicialmente el consumidor demanda la siguiente cantidad del bien 1:

$$x_1 = 100/2 \times 5 = 10$$

Al subir en una unidad el precio de bien 1, la variación de la renta que debe producirse para mantener constante la capacidad adquisitiva del consumidor es:

$$\Delta m = \Delta p_1 x_1 = 1 \times 10 = 10$$

Ésta es, pues, la variación compensada de la renta obtenida por el método de Slutsky.

Calculemos ahora la cantidad demandada x_1 cuando su renta es 110 y $p_1=6$:

$$x_1 = 110/2 \times 6 = 9,16$$

Luego la variación de la cantidad demandada del bien debida al efecto-sustitución será:

$$ES = \Delta x_1^s = 9,16 - 10 = -0,84$$

8.4. Supongamos un consumidor con la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Su renta es 100, y los precios a los que se enfrenta son $p_1=5$, $p_2=2$. Supongamos que p_1 sube en una unidad, permaneciendo todo lo demás constante. Calcular la variación de la cantidad demandada del bien debida al efecto-renta por el método de Slutsky.

- a) -0,83.
- b) -0,50.
- c) 0,50.
- d) -1.

RESPUESTA: a.

Explicación: La cantidad inicialmente demandada del bien 1 por el consumidor la dedujimos en la pregunta anterior:

$$x_1 = 100/2 \times 5 = 10$$

Dada la renta inicial y los nuevos precios, la cantidad del bien 1 que finalmente termina demandando el consumidor es:

$$x_1 = 100/2 \times 6 = 8,33$$

La cantidad del bien 1 que demanda el consumidor cuando:

- a) Se enfrenta a los nuevos precios.
- b) Alteramos su renta para mantener constante su capacidad adquisitiva.

La calculamos anteriormente:

$$x_1 = 110/2 \times 6 = 9,16$$

Luego la variación de la cantidad demandada del bien debida al efecto-renta es:

$$ER = \Delta x_1^r = 8,33 - 9,16 = -0,83$$

La variación total de la cantidad demandada del bien 1 como consecuencia del incremento del precio de ese bien en una unidad es:

$$ET = \Delta x_1 = 8,33 - 10 = ES + ER = -0,84 - 0,83 = -1,67$$

8.5. ¿Qué quiere decir que el efecto-sustitución es negativo?:

- a) Que siempre disminuye la cantidad demandada de un bien, debido al efecto-sustitución, cuando disminuye su precio.
- b) Que la variación de la cantidad demandada de un bien debida al efecto-sustitución tiene el mismo signo que el de la variación del precio del bien.
- c) Que la variación de la cantidad demandada de un bien debida al efecto-sustitución tiene signo opuesto al de la variación del precio del bien.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

8.6. El efecto-sustitución de Slutsky siempre es:

- a) No-positivo.
- b) Positivo.
- c) De signo indeterminado.
- d) Nulo.

RESPUESTA: a.

8.7. La identidad de Slutsky puede interpretarse del siguiente modo:

- a) La variación total de la demanda de un bien al variar su precio es igual al efecto-renta menos el efecto-sustitución.
- b) La variación total de la demanda de un bien al variar su precio es igual al efecto-sustitución menos el efecto-renta.
- c) La variación total de la demanda de un bien al variar su precio es igual a la suma del efecto-sustitución más el efecto-renta.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

8.8. ¿Qué quiere decir que el efecto-renta es positivo?:

- a) Que aumenta la cantidad demandada de un bien, debido al efecto-renta, cuando disminuye su precio.

- b) Que la variación de la cantidad demandada de un bien debida al efecto-renta tiene el mismo signo que el de la variación del precio del bien.
- c) Que la variación de la cantidad demandada de un bien debida al efecto-renta tiene signo opuesto al de la variación del precio del bien.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

8.9. El efecto-renta correspondiente a un bien normal siempre es:

- a) Negativo.
- b) Positivo.
- c) Nulo.
- d) De signo indeterminado.

RESPUESTA: a.

8.10. El efecto-renta correspondiente a un bien inferior siempre es:

- a) Negativo.
- b) Positivo.
- c) Nulo.
- d) De signo indeterminado.

RESPUESTA: b.

8.11. El efecto-renta correspondiente a un bien Giffen siempre es:

- a) Negativo.
- b) Positivo.
- c) Nulo.
- d) De signo indeterminado.

RESPUESTA: b.

8.12. Si un bien es normal, la cantidad demandada del citado bien siempre aumenta al disminuir su precio.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

8.13. Si un bien es inferior, la cantidad demandada del citado bien siempre aumenta al disminuir su precio.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: Puede tratarse de un bien Giffen.

8.14. Tratándose de un bien Giffen, la cantidad demandada del citado bien siempre disminuye al disminuir su precio.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

8.15. Cuando se trata de bienes complementarios perfectos, el efecto-renta es:

- a) Positivo.
- b) Negativo.
- c) Nulo.
- d) Indeterminado.

RESPUESTA: b.

8.16. Cuando se trata de bienes complementarios perfectos, el efecto-sustitución es:

- a) Positivo.
- b) Negativo.
- c) Nulo.
- d) Indeterminado.

RESPUESTA: c.

8.17. Dada la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + bx_2$, el efecto-renta correspondiente al bien 1 es:

- a) Positivo.
- b) Negativo.
- c) Nulo.
- d) Indeterminado.

RESPUESTA: c.

8.18. Dada la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$, obtenga las expresiones funcionales generales del efecto-sustitución y efecto-renta correspondientes a la función de demanda del bien 1:

- a) $ES = -\frac{cd}{(c+d)^2} \frac{m}{p_1^2}$ $ER = -\left(\frac{c}{c+d}\right)^2 \frac{m}{p_1^2}$.
- b) $ER = -\frac{cd}{(c+d)^2} \frac{m}{p_1^2}$ $ES = -\left(\frac{c}{c+d}\right)^2 \frac{m}{p_1^2}$.
- c) $ES = -\frac{c}{(c+d)^2} \frac{m}{p_1^2}$ $ER = -\left(\frac{d}{c+d}\right)^2 \frac{m}{p_1^2}$.

- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

8.19. Si ante la variación del precio de un bien alteramos simultáneamente la renta para mantener constante el nivel de utilidad del consumidor, entonces la variación de la cantidad demandada recibe el nombre de:

- a) efecto-renta.
- b) efecto-sustitución de Slutsky.
- c) efecto-sustitución de Hicks.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

8.20. Si ante la variación del precio de un bien alteramos simultáneamente la renta para mantener constante el poder adquisitivo del consumidor, entonces la variación de la cantidad demandada recibe el nombre de:

- a) efecto-renta.
- b) efecto-sustitución de Slutsky.
- c) efecto-sustitución de Hicks.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

8.21. El efecto-sustitución de Hicks es siempre:

- a) No-positivo.
- b) Positivo.
- c) De signo indeterminado.
- d) Nulo.

RESPUESTA: a.

Explicación: Normalmente es negativo.

8.22. Supongamos un consumidor con la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1x_2$. Su renta es 100, y los precios a los que se enfrenta son $p_1=5$, $p_2=2$. Supongamos que p_1 sube en una unidad, permaneciendo todo lo demás constante. Calcular la variación de la cantidad demandada del bien debida al efecto-sustitución por el método de Hicks.

- a) 0,87.
- b) -0,87.
- c) -0,60.
- d) 1.

RESPUESTA: b.

8.23. Supongamos un consumidor con la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1x_2$. Su renta es 100, y los precios a los que se enfrenta son $p_1=5$, $p_2=2$. Supongamos que p_1 sube en una unidad,

permaneciendo todo lo demás constante. Calcular la variación de la cantidad demandada del bien debida al efecto-renta por el método de Hicks.

- a) 0,80.
- b) -0,50.
- c) -0,80.
- d) -1.

RESPUESTA: c.

8.24. La curva de demanda compensada tiene la siguiente propiedad:

- a) El nivel de utilidad del consumidor permanece constante.
- b) La renta del consumidor permanece constante.
- c) La capacidad adquisitiva del consumidor permanece constante.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

8.25. La curva de demanda compensada puede tener pendiente positiva:

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO

1. Problema 2. Si las preferencias son cóncavas, entonces, dados los precios de los bienes, el consumidor gasta toda su renta en adquirir un único bien (supongamos que se trata del bien 2); del bien 1 no demanda nada. Por este motivo, la argumentación es idéntica al caso visto anteriormente, en el epígrafe 4 de Aclaraciones y Comentarios al presente capítulo, cuando hacíamos referencia a los bienes sustitutivos perfectos.

A medida que disminuye p_1 las cantidades demandadas de los bienes 1 y 2 no se alteran en un primer momento. Pero cuando la reducción de p_1 es lo suficientemente grande, entonces la cantidad demandada del primer bien se hace bruscamente positiva, anulándose la cantidad demandada del segundo bien. Es cuando el consumidor prefiere gastar toda su renta en el bien 1 y no consumir nada del bien 2, precisamente cuando p_1 es muy bajo en relación a p_2 , que se ha mantenido constante todo el tiempo.

Luego el efecto-sustitución sigue siendo no-positivo (normalmente negativo) cuando las preferencias son cóncavas: es nulo cuando no se altera la cantidad demandada del bien; y es negativo cuando se altera en sentido opuesto a la variación del precio del bien en cuestión.

2. Problema 3. La argumentación está contenida en el apéndice "Devolución de un pequeño impuesto". Allí se demuestra que cuando la devolución de ingresos efectuada a los consumidores depende del consumo

inicial de gasolina y no de su consumo final, la variación de la cantidad demandada de gasolina se reduce al efecto-sustitución. El cual, como sabemos, *origina una reducción del consumo de gasolina por efecto de la subida del precio de este bien como resultado del establecimiento de un impuesto sobre la cantidad.*

3. Problema 5. Cuando la devolución del impuesto se basa en el consumo inicial sólo se da el efecto-sustitución, como se demuestra en el apéndice del capítulo. Por tanto, la capacidad adquisitiva inicial del consumidor permanecería inalterada de acuerdo con Slutsky.

Por este motivo, fijándonos en la Figura 8.7, la nueva recta presupuestaria tendría lógicamente mayor pendiente con motivo del impuesto, pero pasaría por el punto (x,y) . Por lo que ahora cortarían a la curva de indiferencia inicial y sería tangente a una curva de indiferencia de mayor nivel de utilidad. En consecuencia, el bienestar del consumidor mejoraría, aunque se vería reducido el consumo de gasolina, debido al efecto-sustitución, por lo que el punto de tangencia estaría situado lógicamente a la izquierda de (x,y) .

CAPÍTULO 9

LA COMPRA Y LA VENTA

Este capítulo no es materia de examen. Sin embargo, debe ser estudiado con atención, excepto el epígrafe 9.5. Curvas de oferta y de demanda.

En este capítulo se considera una generalización del modelo del comportamiento del consumidor, al tener en cuenta que sus ingresos no son más que el valor de la dotación de recursos que posee. De esta forma, al variar el precio de los bienes, la renta del consumidor puede verse alterada, contrariamente a lo que ocurría hasta ahora.

Con posterioridad, en el capítulo aparece una aplicación de este modelo generalizado a la elección ocio-consumo. Para ello considera la función de utilidad $u(R, C)$, donde el primer bien es la demanda de ocio y el segundo bien la demanda de consumo. Esto nos permite estudiar el comportamiento de la oferta de trabajo.

ACLARACIONES Y COMENTARIOS

1. Epígrafe 9.4. Variaciones de los precios. Tenga en cuenta el lector que al variar p_1 , permaneciendo constante p_2 , la nueva recta presupuestaria representada en la Figura 9.3 ya no corta al eje de ordenadas en el mismo punto en que cortaba la recta presupuestaria inicial (como ocurría en capítulos anteriores); dado que la renta del consumidor varía al alterarse el valor de la dotación inicial, como consecuencia de la modificación de p_1 .

Efectivamente, la recta presupuestaria corta el eje de ordenadas en un punto tal que $x_2 = m/p_2$. p_2 no se altera, pero sí m , al variar el valor de la dotación inicial del consumidor. Luego el punto de corte de la recta presupuestaria con el eje de ordenadas se altera al variar p_1 , aunque permanezca constante p_2 .

Esto mismo sucedía en el capítulo anterior cuando se consideraba el ejemplo de la devolución de un impuesto. A pesar de que el precio del bien 2 era la unidad, es decir, no se alteraba, sí lo hacía la renta del consumidor como consecuencia de la devolución del impuesto.

2. Epígrafe 9.8, último párrafo, elección óptima ocio-consumo. De hecho está considerando la siguiente función de utilidad que no aparece explícitamente en el libro de texto: $u(x_1, x_2) = u(R, C)$. El ocio es el primer bien, y el consumo el segundo. El ocio se representa en el eje de abscisas y el consumo en el eje de ordenadas.

La RMS, como sabemos, es:

$$RMS = dx_2/dx_1 = dC/dR$$

La recta presupuestaria es:

$$pC + wR = p\bar{C} + w\bar{R}$$

Despejando C tendremos:

$$C = \frac{p\bar{C} + w\bar{R}}{p} - \frac{w}{p}R$$

Se trata de una línea recta de pendiente $-w/p$ (el salario real-hora) y con una ordenada en el origen igual a

$$\frac{p\bar{C} + w\bar{R}}{p}$$

La elección óptima (interior) del consumidor se caracteriza por la condición de tangencia entre la recta presupuestaria y la curva de indiferencia. La relación marginal de sustitución es, precisamente, la pendiente de la curva de indiferencia. Por consiguiente, en la elección óptima del consumidor debe satisfacerse la siguiente igualdad:

$$RMS = dC/dR = -w/p$$

De ahí que $|RMS| = -dC/dR = w/p$.

PREGUNTAS DE TEST

9.1. Sea x_1 la demanda bruta del bien 1 por parte del consumidor, y w_1 su dotación inicial de ese bien. La demanda neta del bien 1 será:

- a) $x_1 - w_1$.
- b) $w_1 - x_1$.
- c) $x_1 + w_1$.
- d) $-x_1 - w_1$.

RESPUESTA: a.

9.2. Sea (w_1, w_2) la dotación inicial del consumidor. La recta presupuestaria adopta entonces la siguiente expresión formal:

- a) $p_1(x_1 + w_1) + p_2(x_2 + w_2) = 0$.
- b) $p_1x_1 + p_2x_2 = -p_1w_1 + p_2w_2$.
- c) $p_1(x_1 - w_1) + p_2(x_2 - w_2) = 0$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

9.3. Sea (w_1, w_2) la dotación inicial del consumidor. Si este último es un vendedor u oferente neto del bien 1, debe cumplirse:

- a) $x_1 > w_1$.
- b) $x_1 < w_1$.
- c) $x_1 = w_1$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

9.4. Sea (w_1, w_2) la dotación inicial del consumidor. Si este último es un comprador o demandante neto del bien 1, debe cumplirse:

- a) $x_1 > w_1$.
- b) $x_1 < w_1$.
- c) $x_1 = w_1$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

9.5. Supongamos que un consumidor posee una dotación inicial (w_1, w_2) y es oferente neto del bien 1. Si se reduce p_1 y continúa siendo oferente neto del bien 1, entonces el nivel de bienestar de tal consumidor:

- a) Aumenta.
- b) Se reduce.
- c) No se altera.
- d) Puede alterarse en cualquier dirección.

RESPUESTA: b.

Explicación: Basta consultar la Figura 9.3 del libro de texto.

9.6. Supongamos que un consumidor posee una dotación inicial (w_1, w_2) y es oferente neto del bien 1. Si se reduce p_1 y se convierte en demandante neto del bien 1, entonces el nivel de bienestar de tal consumidor:

- a) Aumenta.
- b) Se reduce.
- c) No se altera.
- d) Puede alterarse en cualquier dirección.

RESPUESTA: d.

Explicación: Basta consultar la Figura 9.3 del libro de texto. Ahora x_1^* se sitúa a la derecha de w_1 , en tal caso su elección sobre la nueva recta presupuestaria no era asequible a los precios iniciales (la primitiva recta presupuestaria está debajo de la nueva desde la dotación hasta su punto de corte con el eje de abscisas). Por este motivo, no puede decirse nada acerca de la dirección en que varía el nivel de bienestar del consumidor.

9.7. Supongamos que un consumidor posee una dotación inicial (w_1, w_2) y es demandante neto del bien 1. Si aumenta p_1 y continúa siendo demandante neto del bien 1, entonces el nivel de bienestar de tal consumidor:

- a) Aumenta.
- b) Se reduce.
- c) No se altera.
- d) Puede alterarse en cualquier dirección.

RESPUESTA: b.

Explicación: El alumno debe dibujar una figura semejante a la 9.3 del texto. Ahora x_1^* se encuentra a la derecha de w_1 . Además como sube p_1 , la nueva recta presupuestaria es más inclinada que la inicial. Por este motivo, su nueva elección situada a la derecha de w_1 , dado que sigue siendo demandante neto del bien 1, ya era asequible a los precios originarios y fue rechazada. Por tanto, su nivel de bienestar empeora.

9.8. Supongamos que un consumidor posee una dotación inicial (w_1, w_2) y es comprador neto del bien 1. Si aumenta p_1 y se convierte en oferente neto del bien 1, entonces el nivel de bienestar de tal consumidor:

- a) Aumenta.
- b) Se reduce.
- c) No se altera.
- d) Puede alterarse en cualquier dirección.

RESPUESTA: d.

Explicación: El alumno debe dibujar una figura semejante a la 9.3 del texto. Ahora x_1^* se encuentra a la izquierda de w_1 . Además como sube p_1 , la nueva recta presupuestaria es más inclinada que la original. Por este motivo, su nueva elección situada a la izquierda de w_1 , dado que se convierte en oferente neto del bien 1, no era asequible a los precios originarios. Por tanto, nada puede decirse de acerca de la dirección en que se altera su nivel de bienestar.

9.9. Supongamos que la dotación inicial de un consumidor es (w_1, w_2) . Si éste es demandante neto de bien 1, una bajada del precio de bien 1 le inducirá a convertirse en oferente neto del bien 1.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: Consúltase el gráfico 9.4 del libro de texto.

9.10. Supongamos que la dotación inicial de un consumidor es (w_1, w_2) . Si éste es oferente neto de bien 1, una subida del precio de bien 1 le inducirá a seguir siendo oferente neto del bien 1.

- a) Verdadero.

b) Falso.

RESPUESTA: a.

Explicación: El alumno debe dibujar un gráfico semejante al 9.4. Puesto que sube p_1 , la nueva recta presupuestaria es más inclinada. Si se convirtiera en comprador neto demandaría una cesta de mercancías que resultaba accesible a los precios originarios (la nueva recta presupuestaria se encuentra por debajo de la primitiva a la derecha de la dotación). En tal caso, empeoraría su bienestar. Luego le interesa seguir siendo vendedor neto.

9.11. Supongamos que un consumidor posee una dotación inicial (w_1, w_2) . Si el bien 1 es normal y disminuye su precio, y el consumidor es un demandante neto del citado bien, entonces la cantidad demandada de éste debe:

- a) Aumentar.
- b) Reducirse.
- c) Permanecer inalterada.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

Explicación: Basta hacer uso de la ecuación de Slutsky que aparece en la página 171 del texto. Donde $\Delta x_1^s / \Delta p_1 < 0$; $w_1 - x_1 < 0$; $\Delta x_1^m / \Delta m > 0$. Por consiguiente, $\Delta x_1 / \Delta p_1 < 0$. Si baja p_1 debe aumentar x_1 .

9.12. Supongamos que un consumidor posee una dotación inicial (w_1, w_2) . Si el bien 1 es inferior y disminuye su precio, y el consumidor es un vendedor neto del citado bien, entonces la cantidad demandada de éste debe:

- a) Aumentar.
- b) Reducirse.
- c) Permanecer inalterada.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

Explicación: Basta hacer uso de la ecuación de Slutsky que aparece en la página 171 del texto. Donde $\Delta x_1^s / \Delta p_1 < 0$; $w_1 - x_1 > 0$; $\Delta x_1^m / \Delta m < 0$. Por consiguiente, $\Delta x_1 / \Delta p_1 < 0$. Si baja p_1 debe aumentar x_1 .

9.13. Si partimos de la siguiente restricción presupuestaria del consumidor: $pC = M + wL$. Donde p =precio del bien de consumo, C =cantidad consumida, M =renta no-laboral del consumidor, w =salario-hora, L =número de horas trabajadas. Si $\bar{C}$ es la cantidad máxima del bien de consumo accesible cuando el consumidor no trabaja, R la cantidad de ocio y $\bar{R}$ la cantidad máxima de ocio. La recta presupuestaria del consumidor en este contexto adopta la siguiente expresión formal:

- a) $pC + \bar{R} = p\bar{C} + w\bar{R}$.

$$b) \quad \bar{C} + wR = p\bar{C} + w\bar{R}.$$

$$c) \quad pC + wR = p\bar{C} + w\bar{R}.$$

$$d) \quad pC + w\bar{R} = p\bar{C} + w\bar{R}.$$

RESPUESTA: c.

Explicación: El alumno puede, o aprenderse de memoria la restricción presupuestaria en el caso de la oferta de trabajo, o bien hacer la deducción correspondiente partiendo del enunciado de esta pregunta, donde se le dan todos los datos que precisa para alcanzar el resultado.

9.14. El coste de oportunidad del ocio es:

$$a) \quad w.$$

$$b) \quad w/p.$$

$$c) \quad p.$$

$$d) \quad -w/p.$$

RESPUESTA: a.

9.15. La pendiente de la recta presupuestaria cuando representamos el ocio en el eje de abscisas y el consumo en el eje de ordenadas es:

$$a) \quad -w.$$

$$b) \quad -w/p.$$

$$c) \quad -p/w.$$

$$d) \quad \text{Ninguna de las anteriores.}$$

RESPUESTA: b.

9.16. En el caso en que consideremos los bienes ocio (representado en el eje de abscisas) y consumo (representado en el eje de ordenadas), la elección óptima (interior) del consumidor viene caracterizada por el cumplimiento de la siguiente condición:

$$a) \quad RMS = w/p.$$

$$b) \quad |RMS| = p/w.$$

$$c) \quad |RMS| = -w/p.$$

$$d) \quad |RMS| = w/p.$$

RESPUESTA: d.

9.17. Si el ocio es un bien normal, una subida del salario-hora produce siempre un aumento de la cantidad ofrecida de trabajo.

$$a) \quad \text{Verdadero.}$$

$$b) \quad \text{Falso.}$$

RESPUESTA: b.

Explicación: De acuerdo con la expresión 9.4 de la página 176 del libro de texto, que no es más que la ecuación de Slutsky cuando se considera la dotación de recursos, aplicada al caso del ocio; el signo de la variación de la cantidad demandada de ocio ante una variación del salario es indeterminado si el ocio se considera un bien normal.

9.18. Si el ocio es un bien normal, la reducción de la oferta de trabajo ante un aumento del salario es más probable cuanto mayor sea la oferta de trabajo.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

Explicación: De acuerdo con la expresión 9.4 de la página 176 del libro de texto, que no es más que la ecuación de Slutsky cuando se considera la dotación de recursos, aplicada al caso del ocio; cuanto mayor sea la oferta de trabajo, esto es, $\bar{R} - R$, al ser el ocio un bien normal, el efecto-renta (positivo) tenderá a dominar al efecto-sustitución (negativo). El resultado será que $\Delta R/\Delta w > 0$. Es decir, al aumentar el salario aumentará la cantidad demandada de ocio, esto es, se reducirá la oferta de trabajo. Y esto sucederá precisamente cuanto más elevada sea la oferta de trabajo y, por tanto, el salario-hora.

9.19. Si el ocio es un bien normal, la reducción de la oferta de trabajo ante un aumento del salario es más probable cuanto menor sea la oferta de trabajo.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: De acuerdo con la expresión 9.4 de la página 176 del libro de texto; cuanto menor sea la oferta de trabajo, esto es, $\bar{R} - R$, al ser el ocio un bien normal, el efecto-renta (positivo) tenderá a ser dominado por el efecto sustitución (negativo). El resultado será que $\Delta R/\Delta w < 0$. Es decir, al aumentar el salario disminuirá la cantidad demandada de ocio, esto es, aumentará la oferta de trabajo. Y esto sucederá precisamente cuanto más baja sea la oferta de trabajo y, por tanto, el salario-hora.

COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO

1. Problema 1. Se cumple que $5 = x_1 - 4$; por tanto, $x_1=9$. Se cumple que $-3 = x_2 - 4$; por tanto, $x_2=1$.
2. Problema 3. Estaríamos en el mismo caso que el representado en la Figura 9.3, con la diferencia de que es p_2 el que ha crecido (p_1 no se ha alterado). Pero de cualquier forma la restricción presupuestaria se ha vuelto más horizontal. Si el consumidor era oferente neto del bien 2 ($x_2 < w_2$), es decir, se encontraba en un punto a la derecha de la dotación, y después de la subida de p_2 continúa siéndolo, entonces su bienestar

puede alterarse en cualquier dirección. Dado que la nueva recta presupuestaria se sitúa por encima de la primitiva a la derecha de la dotación; por tanto, tales cestas de bienes no eran asequibles anteriormente.

Pero si era demandante neto del bien 2 ($x_2 > w_2$), es decir, se encontraba en un punto a la izquierda de la dotación, y después de la subida de p_2 continúa siéndolo, entonces su bienestar empeora.

3. Problema 4. Por el mismo razonamiento que en el ejercicio anterior, supongamos que p_2 es el precio del petróleo. Si p_2 crece y el país se convierte en exportador, es decir, en oferente neto, se situará a la derecha de la dotación ($x_2 < w_2$), y entonces su nivel de bienestar puede mejorar.
4. Problema 5. La recta presupuestaria adopta la siguiente expresión:

$$C = \frac{p\bar{C} + w\bar{R}}{p} - \frac{w}{p} R$$

Si por un milagro aumentara el número de horas que tiene el día, crecería $\bar{R}$, y de ahí la ordenada en el origen, pero como la pendiente no se alteraría, tendría lugar un desplazamiento paralelo hacia fuera de la recta presupuestaria.

5. Problema 6. Basta reinterpretar la ecuación de Slutsky 9.4 que aparece en la página 176 del libro de texto. Puesto que ahora $\Delta R/\Delta m < 0$ por tratarse el ocio de un bien inferior, el resultado será $\Delta R/\Delta w < 0$. Es decir, a medida que crece el salario-hora disminuye la demanda de ocio, o, lo que es lo mismo, aumenta la oferta de trabajo. Luego la curva de oferta de trabajo será ahora creciente.

CAPÍTULO 10

LA ELECCIÓN INTERTEMPORAL

Este capítulo no es materia de examen. Sin embargo, debe ser estudiado con atención, excepto los epígrafes 10.8 a 10.11, ambos inclusive.

En este capítulo se considera una aplicación de la teoría del comportamiento del consumidor vista hasta ahora, cuando este último tiene que elegir entre consumo presente y consumo futuro, es decir, cuando se le presenta la elección consumo-ahorro.

Se estudia un modelo en el que se considera la existencia de dos períodos de tiempo: el presente y el futuro. Como el consumidor ahora puede ahorrar, esto es, puede no gastar completamente su renta en el primer período con objeto de gastarla en el segundo período, es preciso reformular la restricción presupuestaria.

Una vez establecida la nueva forma que adopta la restricción presupuestaria, basta definir la función de utilidad $u(c_1, c_2)$, donde la primera variable es el consumo presente y la segunda el consumo futuro, para determinar la elección del consumidor y realizar así algunos ejercicios de estática comparativa.

ACLARACIONES Y COMENTARIOS

1. Epígrafe 10.1. Cuando el consumidor sólo puede transferir dinero del período 1 al 2 ahorrando sin obtener intereses. La restricción presupuestaria es entonces:

$$c_1 + c_2 = m_1 + m_2$$

Despejando c_2 tendremos:

$$c_2 = (m_1 + m_2) - c_1$$

Evidentemente la pendiente de esta recta presupuestaria es -1. La ordenada en el origen $m_1 + m_2$. La abscisa en el origen no es $m_1 + m_2$, contrariamente a lo que parece deducirse de la última ecuación haciendo $c_2 = 0$, sino m_1 . Dado que en el primer período sólo puede consumir como máximo la renta obtenida en el mismo, que es precisamente m_1 ; no pudiendo tomar dinero prestado.

Con todo esto, ahora es cuando se puede entender el gráfico 10.1 del texto.

2. La restricción presupuestaria 10.1 puede interpretarse del siguiente modo: La cantidad que puede consumir un individuo en el período 2, c_2 , es igual a la renta de ese período m_2 , más el ahorro proveniente

del período anterior $(m_1 - c_1)$, más los intereses derivados de tal cantidad ahorrada $r(m_1 - c_1)$. Evidentemente, $(m_1 - c_1)$ es el ahorro del período 1, dado que m_1 es la renta y c_1 el consumo de ese período.

Por tanto, tendremos:

$$c_2 = m_2 + (m_1 - c_1) + r(m_1 - c_1) = m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1)$$

Tal ecuación puede describirse del siguiente modo:

$$c_2 = (1 + r)m_1 + m_2 - (1 + r)c_1$$

Se trata de una línea recta con las siguientes características:

- a) Pendiente: $-(1+r)$.
- b) Ordenada en el origen ($c_1=0$): $(1+r)m_1+m_2$.
- c) Abscisa en el origen ($c_2=0$): $m_1 + \frac{m_2}{1+r}$.

3. Epígrafe 10.2. Las preferencias del consumidor entre consumo presente (c_1) y consumo futuro (c_2) se representan mediante la siguiente función de utilidad, que no aparece explícitamente en el libro de texto: $u = u(c_1, c_2)$.

La relación marginal de sustitución se define obviamente como:

$$RMS = dc_2/dc_1 = -(1+i)$$

Es igual, en valor absoluto, a uno más lo que se denomina la **tasa de preferencia temporal del consumidor** (i), la cual no tiene por qué ser constante, sino que varía en función de c_1 y c_2 . Uno más la tasa de preferencia temporal, esto es, $|RMS|$, es la cantidad de consumo futuro (dc_2) que el consumidor *está dispuesto a sacrificar* para aumentar en una unidad la cantidad de consumo presente ($dc_1=1$).

A partir de la restricción presupuestaria explicitada en el punto anterior, calculando la derivada de c_2 respecto de c_1 fácilmente se obtiene:

$$dc_2/dc_1 = -(1+r)$$

Uno más el tipo de interés r es la cantidad de consumo futuro dc_2 que el consumidor *debe sacrificar* para poder aumentar en una unidad la cantidad de consumo presente ($dc_1=1$).

La elección óptima (interior) del consumidor, como sabemos, vendrá expresada por la condición de tangencia entre la recta presupuestaria y la curva de indiferencia. Por tanto, se cumplirá:

$$RMS = dc_2/dc_1 = -(1+i) = -(1+r)$$

De donde se infiere que, en equilibrio, el tipo de interés r es igual a la tasa de preferencia temporal i : *la tasa a la que el consumidor puede sustituir consumo presente por consumo futuro coincide con la tasa a la que el consumidor está dispuesto a sustituir consumo presente por consumo futuro.*

4. Epígrafe 10.4. La ecuación de Slutsky. Cuando estudiamos la influencia de la variación del tipo de interés, por ejemplo, una subida del mismo, sobre el consumo presente c_1 , es mejor considerar la restricción presupuestaria expresada en valor futuro tal como dice el texto. Se trata de la ecuación 10.2 de este último. Al subir el tipo de interés sube el precio del consumo actual $(1+r)$ y permanece inalterado el precio del consumo futuro que es la unidad.

En cambio, cuando estudiamos la influencia de una subida, por ejemplo, del tipo de interés en el consumo futuro c_2 es mejor considerar la restricción presupuestaria expresada en valor actual. Se trata de la ecuación 10.3 del libro de texto. Al subir el tipo de interés el precio del consumo actual es la unidad y no se altera, en cambio el precio del consumo futuro $\frac{1}{1+r}$ se reduce.

Consideremos la ecuación de Slutsky para c_2 , que no aparece en el texto. Tendrá la siguiente forma:

$$\frac{\Delta c_2}{\Delta p_2} = \frac{\Delta c_2^s}{\Delta p_2} + (m_2 - c_2) \frac{\Delta c_2^m}{\Delta m}$$

Si se produce una subida del tipo de interés, hemos visto que el precio de c_1 no se altera y en cambio cae el precio de c_2 , al considerar la restricción presupuestaria en valor actual. En consecuencia, $\Delta p_2 < 0$.

Por tanto, podemos aplicar la anterior ecuación de Slutsky para estudiar el sentido de la alteración del consumo futuro c_2 .

El efecto-sustitución sabemos que es negativo. Supongamos que $m_2 - c_2 < 0$, entonces debe cumplirse que $m_1 - c_1 > 0$, es decir, el consumidor es un prestamista. En tal caso, el efecto-venta será también negativo al tratarse c_2 de un bien normal. El efecto total resultará ser negativo.

En consecuencia, una subida del tipo de interés (bajada de p_2) provoca un aumento de c_2 .

5. Cuadro 10.1. En este cuadro se calcula el valor actual de una peseta a diferentes tipos de interés y en relación a diferentes períodos de tiempo.

Nosotros sabemos que un capital inicial c_0 colocado al tipo de interés compuesto r (tanto por uno anual) durante t años se convierte en otro capital C que cumple la siguiente condición:

$$C = c_0(1+r)^t$$

Por consiguiente una peseta dentro de t años ($C=1$) tiene un valor actual:

$$c_0 = \frac{1}{(1+r)^t}$$

Basta dar valores a r y t para obtener el cuadro en cuestión.

Tomemos como ejemplo el cálculo del valor actual de una peseta cuando el tipo de interés es del 20 por ciento y el período de tiempo son 20 años:

$$c_0 = \frac{1}{(1 + 0,2)^{20}} = 0,03$$

PREGUNTAS DE TEST

10.1. En un modelo de elección intertemporal consumo-ahorro, con dos períodos, precio unitario constante del bien de consumo compuesto y tipo de interés $r > 0$, la recta presupuestaria adopta la siguiente expresión (señale la respuesta incorrecta):

- a) $c_2 = m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1)$.
- b) $(1 + r)c_1 + c_2 = (1 + r)m_1 + m_2$.
- c) $c_1 + \frac{c_2}{1 + r} = m_1 + \frac{m_2}{1 + r}$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: d.

10.2. En un modelo de elección intertemporal consumo-ahorro, con dos períodos, precio unitario constante del bien de consumo compuesto y tipo de interés $r > 0$. Si representamos en el eje de abscisas el consumo presente y en el de ordenadas el consumo futuro, la abscisa en el origen de la recta presupuestaria es:

- a) $m_1 + \frac{m_2}{1 + r}$.
- b) $m_2 + \frac{m_1}{1 + r}$.
- c) $m_1 + m_2(1 + r)$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

10.3. En un modelo de elección intertemporal consumo-ahorro, con dos períodos, precio unitario constante del bien de consumo compuesto y tipo de interés $r > 0$. Si representamos en el eje de abscisas el consumo presente y en el de ordenadas el consumo futuro, la ordenada en el origen de la recta presupuestaria es:

- a) $(1 + r)m_1 + m_2$.
- b) $m_2 + \frac{m_1}{1 + r}$.
- c) $m_1 + m_2(1 + r)$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

10.4. En un modelo de elección intertemporal consumo-ahorro, con dos períodos, precio unitario constante del bien de consumo compuesto y tipo de interés $r > 0$. Si representamos en el eje de abscisas el consumo presente y en el de ordenadas el consumo futuro, la pendiente de la recta presupuestaria es:

- a) $-r$.
- b) $-(1+r)$.
- c) $-1+r$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

10.5. En un modelo de elección intertemporal consumo-ahorro, con dos períodos, precio unitario constante del bien de consumo compuesto y tipo de interés $r > 0$. Si la dotación del consumidor es (m_1, m_2) y el consumo en cada período (c_1, c_2) , decimos que el consumidor es un prestamista si:

- a) $m_1 - c_1 = 0$.
- b) $m_1 - c_1 < 0$.
- c) $m_1 - c_1 > 0$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

10.6. En un modelo de elección intertemporal consumo-ahorro, con dos períodos, precio unitario constante del bien de consumo compuesto y tipo de interés $r > 0$. Si la dotación del consumidor es (m_1, m_2) y el consumo en cada período (c_1, c_2) , decimos que el consumidor es un prestatario si:

- a) $m_1 - c_1 = 0$.
- b) $m_1 - c_1 < 0$.
- c) $m_1 - c_1 > 0$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

10.7. En un modelo de elección intertemporal consumo-ahorro, con dos períodos, precio unitario constante del bien de consumo compuesto y tipo de interés $r > 0$. Si el consumidor es inicialmente un prestamista, una subida del tipo de interés le hará continuar siéndolo.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

10.8. En un modelo de elección intertemporal consumo-ahorro, con dos períodos, precio unitario constante del bien de consumo compuesto y tipo de interés $r > 0$. Si el consumidor es inicialmente un prestatario, una bajada del tipo de interés le hará convertirse en prestamista.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: El alumno debe dibujar un gráfico semejante al 10.4. Al caer el tipo de interés la restricción presupuestaria se hace más horizontal. El consumidor, al ser un prestatario, se situará inicialmente a la derecha de la dotación. Al reducirse el tipo de interés el consumidor, si se convierte en prestamista, se situaría a la izquierda de la dotación, por lo que su nivel de bienestar empeoraría.

10.9. En un modelo de elección intertemporal consumo-ahorro, con dos períodos, precio unitario constante del bien de consumo compuesto y tipo de interés $r > 0$. Si el consumidor es inicialmente un prestatario, una subida del tipo de interés provocará una mejora de su bienestar si continúa siendo prestatario.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

10.10. En un modelo de elección intertemporal consumo-ahorro, con dos períodos, precio unitario constante del bien de consumo compuesto y tipo de interés $r > 0$. Si c_1 es un bien normal y el consumidor es un prestatario, una subida del tipo de interés provocará:

- a) Un aumento de c_1 .
- b) Una reducción de c_1 .
- c) c_1 permanecerá inalterado.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

10.11. En un modelo de elección intertemporal consumo-ahorro, con dos períodos, precio unitario constante del bien de consumo compuesto y tipo de interés $r > 0$. Si c_1 es un bien normal y el consumidor es un prestamista, una subida del tipo de interés provocará:

- a) Un aumento de c_1 .
- b) Una reducción de c_1 .
- c) c_1 permanecerá inalterado.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: d.

Explicación: Utilizando la restricción presupuestaria en valor futuro, una subida del tipo de interés supone un incremento del precio del consumo presente, siendo el precio del consumo futuro la unidad. Aplicando ahora la ecuación de Slutsky que aparece en el epígrafe 10.4. Si el consumidor es un presta-

mista, entonces $m_1 - c_1 > 0$. Al tratarse el consumo presente de un bien normal, entonces el efecto-renta será positivo. Como el efecto-sustitución es negativo, el signo del efecto total es indeterminado. En consecuencia, una subida del tipo de interés puede alterar el consumo presente en cualquier dirección.

10.12. En un modelo de elección intertemporal consumo-ahorro, con dos períodos, precio unitario constante del bien de consumo compuesto y tipo de interés $r > 0$. Si c_2 es un bien normal y el consumidor es un prestamista, una subida del tipo de interés provocará:

- a) Un aumento de c_2 .
- b) Una reducción de c_2 .
- c) c_2 permanecerá inalterado.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

10.13. Las variables ρ =tipo de interés real, r =tipo de interés nominal y π =tasa de inflación, se relacionan entre sí del siguiente modo (señale la respuesta incorrecta):

- a) $1 + \rho = \frac{1 + r}{1 + \pi}$.
- b) $\rho \approx r - \pi$.
- c) $\rho = \frac{r - \pi}{1 + \pi}$.
- d) $\rho = r - \pi$.

RESPUESTA: d.

10.14. En un modelo de elección intertemporal consumo-ahorro, con dos períodos, precio unitario constante del bien de consumo compuesto y tipo de interés $r > 0$. El cumplimiento estricto de la restricción presupuestaria implica que el valor actual del plan de consumo (c_1, c_2) es igual al valor actual de la renta (m_1, m_2).

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

Explicación: Efectivamente, la restricción presupuestaria puede expresarse como:

$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r} = m_1 + \frac{m_2}{1 + r}$$

COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO

1. Problema 4. El alumno debe pintar una figura semejante a la 10.4 con la diferencia de que ahora al bajar el tipo de interés la recta presupuestaria se hace más horizontal.

Si el consumidor era prestamista (estaba situado a la izquierda de la dotación) y continúa siéndolo, su bienestar empeora. Si se convierte en prestatario, es decir, se sitúa a la derecha de la dotación, no puede saberse en qué dirección se mueve su nivel de bienestar.

2. Problema 5. En el primer caso:

$$c_0 = \frac{10.000}{1 + 0,1} = 9.091$$

En el segundo caso:

$$c_0 = \frac{10.000}{1 + 0,05} = 9.524$$

CAPÍTULO 11

LOS MERCADOS DE ACTIVOS

Este capítulo no es materia de examen.

CAPÍTULO 12

LA INCERTIDUMBRE

Este capítulo no es materia de examen.

CAPÍTULO 13

LOS ACTIVOS INCIERTOS

Este capítulo no es materia de examen.

CAPÍTULO 14

EL EXCEDENTE DEL CONSUMIDOR

De este capítulo se eliminan los epígrafes 14.9 y 14.10. Junto con este capítulo hay que estudiar el subepígrafe "Un bien discreto" del capítulo 6.

El epígrafe 14.9, el excedente del productor, deberá estudiarse más adelante, cuando abordemos el Capítulo 22: La oferta de la empresa.

ACLARACIONES Y COMENTARIOS

1. Página 112. Está considerando que $p_2=1$, de forma que la demanda del bien 2 no es más que el gasto en otros bienes distintos del primer bien: $x_2=m$ cuando compra 0 unidades del bien 1, $x_2=m-r_1$ cuando compra una unidad del bien 1 al precio de reserva r_1 , $x_2=m-2r_2$, cuando compra dos unidades del bien 1 al precio de reserva r_2 , etc.

La función de utilidad que está manejando es obviamente: $u(x_1, x_2)$.

2. Página 113, hacia la mitad de la página. Cuando las preferencias son cuasilineales, la utilidad marginal correspondiente al bien 1 es decreciente y sólo depende de la cantidad consumida de ese bien, siendo independiente de la cantidad consumida del bien 2. Esto se muestra con un ejemplo en el apéndice del capítulo 6, cuando maneja la función de utilidad cuasilineal $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$.

La utilidad marginal del bien 1 es:

$$UM_1 = \frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{1}{x_1}$$

Obviamente es positiva, y decreciente a medida que aumenta x_1 . Además, es independiente de la cantidad consumida del segundo bien (x_2).

Las funciones de utilidad que cumplen estas propiedades reciben el nombre de funciones de utilidad aditivas. Un caso particular de estas funciones de utilidad son las correspondientes a las preferencias cuasilineales.

3. Página 253, dos últimos párrafos. Cuando tenemos una función de utilidad cuasilineal, haciendo $p_2=1$ obtenemos que $p_1=UM_1$. Efectivamente, con la función de utilidad $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$ la elección óptima del consumidor debe cumplir la siguiente condición como sabemos:

$$\frac{UM_1}{UM_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

Por tanto, tendremos:

$$\frac{1}{x_1} = p_1$$

Es decir, el precio del bien 1 es igual a la utilidad marginal correspondiente a ese mismo bien. Si sumamos los precios a los que el consumidor demanda sucesivas unidades del bien 1 hasta una cantidad x_1 , estamos sumando las utilidades marginales derivadas del consumo de unidades sucesivas del bien 1; en otras palabras, estamos calculando la *utilidad total* derivada del consumo del bien 1 hasta una cantidad x_1 . Esta es precisamente la definición de *beneficio bruto* o *excedente bruto del consumidor*.

En el libro de texto todo esto se explica en el apéndice del capítulo con una función de utilidad cuasilineal genérica:

$$u(x, y) = v(x) + y$$

4. Página 254, primera expresión matemática. Está manejando la función de utilidad $u(x, y) = v(x) + y$. El precio del bien 2 lo está considerando igual a la unidad. Por tanto y representa el gasto del consumidor en bienes distintos de x . La restricción presupuestaria sería entonces: $px + y = m$, que es precisamente la que figura en el apéndice del capítulo.

Por este motivo, la utilidad total derivada del consumo de ambos bienes, cuando demanda n unidades del primero es: $v(n) + m - pn$.

5. Epígrafe 14.6. La utilidad cuasilineal. Recuerde el lector que cuando manejamos funciones de utilidad cuasilineales la función de demanda del bien 1 no depende de la renta del consumidor.

Además, resumiendo lo dicho anteriormente:

- El precio del primer bien es igual a la utilidad marginal derivada del consumo de este bien.
- La utilidad marginal correspondiente al primer bien es independiente de la cantidad consumida del segundo bien.

Por todo ello, puede concluirse que *el precio de reserva del primer bien no viene afectado por la cantidad consumida del segundo bien*, tal como se afirma en el texto.

6. Epígrafe 14.7, Ejemplo: La variación del excedente del consumidor. Siempre que al alumno se le presente un caso en que tenga que calcular la variación del excedente del consumidor, debe proceder en primer lugar pintando la curva inversa de demanda (Figura 14.3).

A continuación debe calcular la cantidad demandada al precio inferior $p'=2$; en este ejemplo $x'=16$. Después la cantidad demandada al precio superior $p''=3$; en este ejemplo $x''=14$.

La variación del excedente del consumidor es el área del trapecio de bases x' y x'' , y altura $p''-p'$ (suma de las bases multiplicada por la altura dividida por dos):

$$\frac{(x' + x'')(p'' - p')}{2} = 15$$

PREGUNTAS DE TEST

- 14.1. La utilidad total derivada del consumo de una determinada cantidad de un bien recibe el nombre de:

- a) Beneficio bruto o excedente bruto del consumidor.
- b) Beneficio neto del consumidor.
- c) Excedente neto del consumidor.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

- 14.2. La utilidad total derivada del consumo de una determinada cantidad de un bien menos el gasto destinado a su adquisición recibe el nombre de:

- a) Excedente bruto del consumidor.
- b) Excedente del consumidor o excedente neto del consumidor.
- c) Beneficio bruto del consumidor.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

- 14.3. Señale la respuesta incorrecta. El excedente del consumidor o excedente neto del consumidor puede definirse como:

- a) La utilidad total derivada del consumo de una determinada cantidad de un bien menos el gasto destinado a su adquisición.
- b) La diferencia entre lo que el consumidor estaría dispuesto a pagar por adquirir una determinada cantidad de un bien menos lo que realmente paga.
- c) La cantidad de dinero que sería preciso dar al consumidor para que renunciara a todo el consumo de un bien.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: d.

14.4. La utilidad total derivada del consumo de una determinada cantidad de un bien, coincidirá exactamente con el área situada debajo de la curva inversa de demanda del bien en cuestión si y sólo si:

- a) Las preferencias del consumidor son cuasilineales.
- b) La función de demanda del bien en cuestión depende de la renta.
- c) Las preferencias del consumidor son Cobb-Douglas.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

14.5. Consideremos la curva de demanda lineal $D(p) = 20 - 2p$. Cuando el precio sube de 2 a 3, ¿cuál es la variación del excedente del consumidor?

- a) 12.
- b) 10.
- c) 15.
- d) 20.

RESPUESTA: c.

14.6. La renta que habría que entregar a un consumidor después de la subida del precio de un bien para que mantenga intacto su nivel de bienestar, recibe el nombre de:

- a) Variación equivalente.
- b) Variación compensatoria.
- c) Excedente bruto del consumidor.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

14.7. La renta que habría que detraer a un consumidor antes de la subida del precio de un bien para que resulte el mismo nivel de bienestar que el que disfruta una vez que el precio del bien ha variado, recibe el nombre de:

- a) Variación equivalente.
- b) Variación compensatoria.
- c) Excedente bruto del consumidor.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

14.8. Dada la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$. El consumidor se enfrenta inicialmente a los precios $p_1=1$, $p_2=1$, y tiene una renta $m=100$. Si p_1 sube en una unidad, la variación compensatoria es:

- a) VC=30,55 pesetas.
- b) VC=50,22 pesetas.
- c) VC=41,42 pesetas.

d) $VC=20,15$ pesetas.

RESPUESTA: c.

14.9. Dada la siguiente función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$. El consumidor se enfrenta inicialmente a los precios $p_1=1$, $p_2=1$, y tiene una renta $m=100$. Si p_1 sube en una unidad, la variación equivalente es:

a) $VE=29,29$ pesetas.

b) $VE=50,28$ pesetas.

c) $VE=41,52$ pesetas.

d) $VE=20,19$ pesetas.

RESPUESTA: a.

14.10. Las variaciones compensatoria y equivalente coinciden exactamente con el excedente del consumidor si y sólo si:

a) Las preferencias son Cobb-Douglas.

b) Las preferencias son cuasilineales.

c) Para cualquier tipo de preferencias del consumidor.

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO

- 1.** Problema 1. Si el lector dibuja la curva de demanda como la que aparece en la Figura 14.3, y en el eje de ordenadas representa el precio del bien p y en el de abscisas la cantidad demandada x . Observará que el precio máximo para el que $x=0$ es $p=10$, punto de corte con el eje de ordenadas. Y que la cantidad máxima demandada cuando $p=0$ es $x=10$, punto de corte con el eje de abscisas. Cuando la cantidad demandada es $x=6$, entonces $p=4$.

Para calcular el beneficio bruto o excedente bruto del consumidor hay que calcular el área de un trapecio cuya base mayor es 10, el precio máximo, cuya base menor es 4, el precio al que demanda 6 unidades; y cuya altura es 6, la cantidad demandada cuando el precio es 4. El área de ese trapecio será:

$$(10 + 4) \frac{6}{2} = 42.$$

2. Problema 2. Continuando con la misma representación gráfica, cuando el precio sube a 6 entonces la cantidad demandada es 4. Por tanto, la variación del excedente del consumidor es el área de un trapecio cuya base mayor es 6, la cantidad demandada al precio inferior, la base menor es 4, la cantidad demandada al precio superior, y la altura es 2, la variación del precio del bien. El área de este trapecio es:

$$(6 + 4) \frac{2}{2} = 10.$$

CAPÍTULO 15

LA DEMANDA DEL MERCADO

Este capítulo se exige íntegramente en el examen, excepto "La curva de Laffer" que aparece en el apéndice. No obstante, debe leerse con detenimiento este interesante apartado.

ACLARACIONES Y COMENTARIOS

1. Epígrafe 15.2: La curva de demanda y la curva inversa de demanda. La curva de demanda adopta la siguiente expresión funcional: $Q = Q(P)$. Es decir, la cantidad demandada en el mercado se expresa en función del precio. Gráficamente se representa normalmente del siguiente modo: en el eje de abscisas la variable independiente (el precio P) y en el de ordenadas la variable dependiente (la cantidad Q). La pendiente de la curva de demanda sería $\Delta Q / \Delta P$.

Sin embargo, tal como aparece en la Figura 15.1, la curva de demanda se ha representado con los ejes de coordenadas cambiados: abscisas para la cantidad y ordenadas para el precio. Así se procede en el texto a lo largo de todo el capítulo. Esto no tiene ninguna importancia. Sin embargo, el alumno debe tomar buena nota de que el autor está hablando de la curva de demanda y no de la curva inversa de demanda.

La curva inversa de demanda adopta la siguiente expresión funcional: $P = P(Q)$. Es decir, el precio vigente en el mercado se expresa en función de la cantidad demandada. Gráficamente se representa normalmente del siguiente modo: en el eje de abscisas la variable independiente (la cantidad Q) y en el de ordenadas la variable dependiente (el precio P). La pendiente de la curva inversa de demanda sería $\Delta P / \Delta Q$.

2. Epígrafe 15.2, segundo párrafo. El texto hace referencia al epígrafe 6.8, donde se dedujo que $|RMS| = p_1$, haciendo $p_2=1$.
3. Epígrafe 15.2, Ejemplo: Cómo se suman las curvas de demanda "lineales".

a) Cuando las curvas de demanda de los consumidores están definidas dentro del mismo intervalo de variación del precio del bien.

Supongamos por ejemplo que la curva de demanda del primer consumidor es $D_1(p)=20-p$. Y la curva de demanda del segundo consumidor es idéntica al del primero: $D_2(p)=20-p$.

Esta curva de demanda está definida para un precio del bien que se mueve dentro del siguiente intervalo: $0 \leq p \leq 20$, dado que el precio de bien nunca puede ser negativo, lo mismo que la cantidad demandada por cada consumidor. El precio máximo es 20, dado que la cantidad demandada por cada consumidor a ese precio es cero.

La curva de demanda de mercado será aquella que permita obtener la cantidad demandada por ambos consumidores simultáneamente en función del precio vigente en el mercado.

Bastará sumar ambas curvas de demanda, dado que están definidas para el mismo intervalo de variación del precio del bien:

$$D(p) = D_1(p) + D_2(p) = 40 - 2p$$

Esta curva de demanda de mercado está definida, como puede observarse, para un intervalo de variación del precio del bien $0 \leq p \leq 20$, al igual que las curvas de demanda de cada individuo. Dentro de este intervalo las cantidades demandadas por cada consumidor son no-negativas.

b) Cuando las curvas de demanda de los consumidores no están definidas dentro del mismo intervalo de variación del precio del bien.

Tomemos el ejemplo del libro de texto: $D_1(p)=20-p$, $D_2(p)=10-2p$.

La curva de demanda del primer consumidor está definida para un intervalo de variación del precio del bien $0 \leq p \leq 20$. Dentro de este intervalo la cantidad demandada por el primer consumidor es no-negativa.

La curva de demanda del segundo consumidor está definida para un intervalo de variación del precio del bien $0 \leq p \leq 5$. Dentro de este intervalo la cantidad demandada por el segundo consumidor es no-negativa.

La curva de demanda de mercado en este caso no es la suma pura y simple de ambas curvas de demanda de cada individuo respectivamente.

Efectivamente, supongamos que definimos la curva de demanda de mercado del siguiente modo:

$$D(p) = D_1(p) + D_2(p) = 30 - 3p$$

Esta curva de demanda está definida para un intervalo de variación del precio del bien $0 \leq p \leq 10$. Pero cuando el precio es mayor que 5, la demanda del segundo consumidor es negativa, lo cual es absurdo. Por consiguiente, esta forma de obtener la curva de demanda de mercado sumando las curvas de demanda individuales, cuando éstas no están definidas dentro del mismo intervalo de variación del precio, resulta inconsistente.

La curva de demanda de mercado correctamente obtenida en este caso sería:

- Cuando el precio se mueve dentro del siguiente intervalo $0 \leq p \leq 5$, la curva de demanda de mercado sería la suma de ambas curvas de demanda. Dado que dentro de este intervalo de variación del precio las cantidades demandadas por cada individuo son no-negativas.

$$D(p) = D_1(p) + D_2(p) = 30 - 3p \quad 0 \leq p \leq 5$$

- Cuando el precio se mueve dentro del siguiente intervalo $5 < p \leq 20$. La curva de demanda de mercado coincidiría con la curva de demanda del primer consumidor, que está definida dentro del intervalo $0 \leq p \leq 20$. Dado que la cantidad demandada por el segundo consumidor a un precio superior a 5 sería negativa, y esto es absurdo; en ese caso demandaría una cantidad nula.

$$D(p) = D_1(p) = 20 - p \quad 5 < p \leq 20$$

Éste es el motivo por el cual la curva de demanda de mercado representada en la Figura 15.2 tiene un vértice cuando $p=5$.

Note el lector que para obtener la curva de demanda de mercado de un bien hay que partir de las curvas de demanda de cada consumidor y no de las curvas inversas de demanda. Dado que para obtener la curva de demanda de mercado hay que determinar la cantidad demandada por todos los consumidores para cada precio y sumar; y no a la inversa, determinar el precio al que demandan una determinada cantidad los consumidores y sumar los precios.

4. Epígrafe 15.5, segundo párrafo. Cuando dice: "Si la demanda se mide en hectólitros en lugar de litros, la pendiente es cien veces más inclinada". Obviamente está considerando, como hace a lo largo de todo el capítulo, que la cantidad demandada del bien se representa en el eje de abscisas. Por consiguiente, al medir en hectólitros en lugar de litros la cantidad demandada en el eje de abscisas, la abscisa en el origen de la curva de demanda se desplaza hacia la izquierda; como la ordenada en el origen no se altera al no modificar las unidades en que se mide el precio del bien, el resultado final es que la curva de demanda se haría más inclinada, como puede comprobar el lector sin más que observar la Figura 15.4 del libro de texto.
5. Epígrafe 15.7, primer párrafo. El ingreso del productor (precio por cantidad vendida) es exactamente igual al gasto de consumidor.
6. Página 278, deducción de la segunda expresión matemática. Partimos de la expresión:

$$\Delta R = p\Delta q + q\Delta p > 0$$

Si dividimos por $q\Delta p$ tendremos:

$$\frac{\Delta q}{\Delta p} \frac{p}{q} + 1 > 0 \quad \frac{\Delta q}{\Delta p} \frac{p}{q} > -1 \quad - \frac{\Delta q}{\Delta p} \frac{p}{q} = |\varepsilon(p)| < 1$$

7. Página 278, interpretación de la última expresión matemática.

$$\frac{\Delta R}{\Delta p} = q[1 - |\varepsilon(p)|]$$

- a) Si $|\varepsilon(p)|=1$, entonces $\Delta R/\Delta p=0$. Si la elasticidad es unitaria entonces el ingreso no varía al variar el precio.
- b) Si $|\varepsilon(p)|>1$, entonces $\Delta R/\Delta p<0$. Si la curva de demanda es elástica el ingreso varía en sentido inverso a la variación del precio.
- c) Si $|\varepsilon(p)|<1$, entonces $\Delta R/\Delta p>0$. Si la curva de demanda es inelástica el ingreso varía en el mismo sentido que la variación del precio.

8. Epígrafe 15.8. Cálculo de la elasticidad-precio correspondiente a diferentes curvas de demanda.

- a) $q = \frac{\bar{R}}{p}$. En primer lugar calculemos: $\frac{dq}{dp} = -\frac{\bar{R}}{p^2}$. Sustituyendo ahora en la expresión que define la elasticidad-precio de la demanda tendremos:

$$\varepsilon = \frac{dq}{dp} \frac{p}{q} = -\frac{\bar{R}}{p^2} \frac{p}{\bar{R}/p} = -1$$

- b) La elasticidad-precio de la curva de demanda $q = Ap^\varepsilon$ está calculada en el apéndice del capítulo.
- c) La elasticidad-precio de la curva de demanda $\ln q = \ln A + \beta \ln p$ se obtiene del siguiente modo:

Calculemos en primer lugar la derivada de la expresión con respecto a p :

$$\frac{d(\ln q)}{dp} = \frac{d(\ln A)}{dp} + \beta \frac{d(\ln p)}{dp}$$

Obtendremos:

$$\frac{d(\ln q)}{dq} \frac{dq}{dp} = 0 + \frac{\beta}{p} \quad \frac{1}{q} \frac{dq}{dp} = \frac{\beta}{p}$$

De donde se infiere que:

$$\beta = \frac{dq}{dp} \frac{p}{q} = \varepsilon$$

β es precisamente la elasticidad-precio correspondiente a la antedicha curva de demanda.

9. Página 281, última expresión matemática. Relación entre el ingreso marginal y la elasticidad-precio de la demanda.

$$IM = \frac{\Delta R}{\Delta q} = p(q) \left[1 - \frac{1}{|\varepsilon(q)|} \right]$$

- a) Si $|\varepsilon(q)|=1$, entonces $\Delta R/\Delta q=0$. Si la elasticidad es unitaria entonces el ingreso marginal es cero. El ingreso no varía al variar la cantidad demandada.
- b) Si $|\varepsilon(q)|>1$, entonces $\Delta R/\Delta q>0$. Si la curva de demanda es elástica entonces el ingreso marginal es positivo. El ingreso varía en el mismo sentido que la variación de la cantidad demandada.
- c) Si $|\varepsilon(q)|<1$, entonces $\Delta R/\Delta q<0$. Si la curva de demanda es inelástica entonces el ingreso marginal es negativo. El ingreso varía en sentido contrario a la variación de la cantidad demandada.

10. Epígrafe 15.10. Las curvas de ingreso marginal. Partimos de la expresión del ingreso marginal:

$$IM = \frac{\Delta R}{\Delta q} = p(q) + q \frac{\Delta p(q)}{\Delta q}$$

Consideramos que la pendiente de la curva de demanda es finita. Es evidente que cuando $q=0$, en tal caso $IM=p(q)$. Es decir, el ingreso marginal es igual al precio.

Pero cuando $q>0$, como la curva de demanda tiene pendiente negativa ($\Delta q/\Delta p<0$), en tal caso $IM<p(q)$. Es decir, el ingreso marginal será siempre menor que el precio cuando la cantidad demandada es positiva, en el supuesto, claro está, de que manejeamos curvas de demanda correspondientes a bienes ordinarios, es decir, curvas de demanda decrecientes.

Obtengamos la curva de ingreso marginal a partir de la curva inversa de demanda lineal:

$$p(q) = a - bq$$

En primer lugar la curva de ingreso total: $R = p(q)q = aq - bq^2$. Basta calcular ahora la derivada respecto de q :

$$IM(q) = \frac{dR}{dq} = a - 2bq$$

Esta es una forma más directa de obtener la curva de ingreso marginal que la que aparece en el libro de texto.

$IM(q)=0$ cuando $q=a/2b$. Cuando $q=0$, $IM=a$, el ingreso marginal máximo; en este punto coincide con la curva inversa de demanda.

Note el lector que la curva de ingreso marginal se obtiene a partir de la curva inversa de demanda y no de la curva de demanda. Si partiéramos de esta última: $q(p) = \frac{a}{b} - \frac{p}{b}$, nunca obtendríamos la curva de ingreso marginal.

PREGUNTAS DE TEST

15.1. Supongamos que dos consumidores poseen la misma curva de demanda $D_i(p)=10-2p$, $i=1,2$. Obtener la curva de demanda de mercado.

- a) $D(p)=20-4p$, $0 \leq p \leq 3$; $D(p)=10-2p$, $3 < p \leq 5$.
- b) $D(p)=10-4p$, $0 \leq p \leq 3$; $D(p)=10-2p$, $3 < p \leq 5$.
- c) $D(p)=20-4p$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

15.2. Supongamos dos consumidores con las siguientes curvas de demanda: $D_1(p)=20-p$, $D_2(p)=10-2p$. Obtener la curva de demanda de mercado.

- a) $D(p)=30-3p$, $0 \leq p \leq 5$; $D(p)=20-p$, $5 < p \leq 20$.
- b) $D(p)=20-3p$, $0 \leq p \leq 5$; $D(p)=10-2p$, $5 < p \leq 20$.
- c) $D(p)=30-3p$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

15.3. Supongamos que dos consumidores poseen la misma curva inversa de demanda $p^i(q)=10-2q$, $i=1,2$. Obtener la curva inversa de demanda de mercado.

- a) $p=10-2q$.
- b) $p=20-4q$.
- c) $p=10-q$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

Explicación: Si sumáramos ambas curvas inversas de demanda no obtendríamos nunca la curva inversa de demanda de mercado. Dado que al sumar curvas inversas de demanda estamos sumando los precios que está dispuesto a pagar cada consumidor al demandar una determinada cantidad en el

mercado. Por consiguiente, esta forma de proceder resulta absurda, dado que en un mercado competitivo todos los consumidores pagan el mismo precio, y a ese precio demandan normalmente cantidades diferentes del bien en cuestión.

En consecuencia, para calcular la curva inversa de demanda de mercado hay que obtener previamente la curva de demanda de mercado. Y esto sólo es posible sumando las curvas de demanda, no las curvas inversas de demanda, de cada uno de los consumidores cuando son idénticas.

Las curvas de demanda de cada uno de los consumidores son:

$$D_i(p) = 5 - \frac{p}{2} \quad i = 1,2$$

La curva de demanda de mercado será la suma de ambas dado que son iguales: $D(p)=10-p$. La curva inversa de demanda de mercado será: $p(q)=10-q$.

15.4. Consideremos una curva de demanda de mercado. Señale la respuesta incorrecta. La elasticidad-precio de la demanda es:

- a) El cociente entre la variación porcentual de la cantidad demandada y la variación porcentual del precio que da lugar a la primera.
- b) $\varepsilon = \frac{\Delta q}{\Delta p} \frac{p}{q}$.
- c) Un número abstracto independiente de las unidades en que se miden p y q .
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: d.

15.5. Consideremos una curva de demanda de mercado. Señale la respuesta incorrecta. La elasticidad-precio de la demanda es:

- a) $\varepsilon = \frac{\Delta q / q}{\Delta p / p}$.
- b) El cociente entre el precio y la cantidad multiplicado por la pendiente de la curva de demanda de mercado.
- c) Un número abstracto independiente de las unidades en que se miden p y q .
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: d.

15.6. Sea ε la elasticidad-precio. Decimos que una curva de demanda de mercado correspondiente a un bien ordinario es elástica cuando:

- a) $\varepsilon > 1$.
- b) $|\varepsilon| > 1$.
- c) $|\varepsilon| < 1$.
- d) $\varepsilon = 1$.

RESPUESTA: *b*.

Explicación: Por tratarse de un bien ordinario, la pendiente de la curva de demanda es negativa. Por consiguiente, la elasticidad siempre será negativa. De ahí que la primera y última respuestas sean absurdas.

15.7. Sea ε la elasticidad-precio. Decimos que una curva de demanda de mercado correspondiente a un bien ordinario es inelástica o rígida cuando:

- a) $\varepsilon > 1$.
- b) $|\varepsilon| > 1$.
- c) $|\varepsilon| < 1$.
- d) $\varepsilon = 1$.

RESPUESTA: *c*.

15.8. Sea ε la elasticidad-precio. Decimos que una curva de demanda de mercado correspondiente a un bien ordinario posee elasticidad unitaria cuando:

- a) $\varepsilon > 1$.
- b) $|\varepsilon| = 1$.
- c) $|\varepsilon| < 1$.
- d) $\varepsilon = 1$.

RESPUESTA: *b*.

15.9. Consideremos la siguiente curva de demanda de mercado: $q = a - bp$. La elasticidad-precio es unitaria cuando:

- a) $p = a/b$.
- b) $q = a$.
- c) $q = a/2$.
- d) $p = 2a/b$.

RESPUESTA: *c*.

Explicación: Para calcular la elasticidad-precio de una curva de demanda primero hay que calcular su pendiente: $dq/dp = -b$. Como se trata, obviamente de una curva decreciente, la elasticidad será negativa:

$$\varepsilon = -bp/q$$

Decimos que la elasticidad-precio es unitaria cuando $|\varepsilon| = 1$. Por tanto, tendremos: $1 = bp/q$; $q = bp$. Sustituyendo en la curva de demanda resultará:

$$bp = a - bp \quad p = a/2b$$

Éste será el precio para el cual la elasticidad es unitaria. Sustituyendo de nuevo en la curva de demanda obtendremos: $q = a - \frac{a}{2} = \frac{a}{2}$. Ésta será la cantidad demandada a ese precio.

15.10. La curva de demanda de mercado $q = a - bp$ es elástica cuando:

- a) $p < a/2b$.
- b) $q > a/2$.
- c) $q < a/2$.
- d) $p = a/2b$.

RESPUESTA: c.

Explicación: Por definición, decimos que una curva de demanda es elástica cuando $|\varepsilon| > 1$. Por consiguiente, debe cumplirse: $bp/q > 1$; $q < bp$.

Sustituyendo en la expresión de la curva de demanda tendremos:

$$a - bp = q < bp \quad p > a/2b$$

Sustituyendo nuevamente en la expresión de la curva de demanda resultará:

$$q < a - b(a/2b) \quad q < a/2$$

15.11. La curva de demanda de mercado $q = a - bp$ es inelástica o rígida cuando:

- a) $p > a/2b$.
- b) $q > a/2$.
- c) $q < a/2$.
- d) $p = a/2b$.

RESPUESTA: b.

Explicación: Por definición, decimos que una curva de demanda es inelástica o rígida cuando $|\varepsilon| < 1$. Por consiguiente, debe cumplirse: $bp/q < 1$; $q > bp$.

Sustituyendo en la expresión de la curva de demanda tendremos:

$$a - bp = q > bp \quad p < a/2b$$

Sustituyendo nuevamente en la expresión de la curva de demanda resultará:

$$q > a - b(a/2b) \quad q > a/2$$

15.12. La curva de demanda de mercado $q = a - bp$ posee una elasticidad-precio nula cuando:

- a) $p = a/2b$.
- b) $q = a$.
- c) $p = a/b$.
- d) $q = 0$.

RESPUESTA: d.

Explicación: Como debe cumplirse por definición $|\varepsilon| = 0$. Resultará: $bp/q = 0$. De donde se infiere que $p = 0$.

Sustituyendo en la expresión de la curva de demanda resultará: $q=a$. Que es la cantidad máxima demandada, precisamente cuando el precio es cero.

15.13. La curva de demanda de mercado $q = a - bp$ posee una elasticidad-precio infinita cuando:

- a) $p=a/2b$.
- b) $q=a$.
- c) $p=a/b$.
- d) $q=a/2$.

RESPUESTA: c.

Explicación: Como debe cumplirse por definición $|\epsilon|=\infty$, resultará $\frac{bp}{q} = \infty$. De donde se infiere

que $q=0$. Sustituyendo en la expresión de la curva de demanda resultará: $p = \frac{a}{b}$. Que es el precio máximo vigente en el mercado, precisamente cuando la cantidad demandada es cero.

15.14. En igualdad de condiciones, la curva de demanda de un bien será tanto más elástica cuanto mayor sea el número de bienes sustitutivos próximos que posea el primero.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

15.15. Si la curva de demanda es elástica en un punto, entonces una disminución del precio origina un aumento del ingreso.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

Explicación: Para contestar a esta pregunta, y posteriores, hay que basarse en la expresión que aparece en la página 278 del libro de texto, que se ha comentado previamente en el apartado 6 de esta Guía:

$$\frac{\Delta R}{\Delta p} = q[1 - |\epsilon(p)|]$$

Si $|\epsilon|>1$, entonces $\Delta R/\Delta p < 0$. Por tanto, una disminución de p produce un aumento de R .

15.16. Si la curva de demanda es inelástica en un punto, entonces una disminución del precio origina un aumento del ingreso.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: $|\varepsilon| < 1$, por tanto $\Delta R/\Delta p > 0$. En consecuencia, una disminución de p produce una reducción de R .

15.17. Si la curva de demanda posee elasticidad unitaria en un punto, entonces una variación del precio en cualquier sentido no afecta al ingreso.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

Explicación: $|\varepsilon| = 1$, por tanto $\Delta R/\Delta p = 0$.

15.18. Obtener la elasticidad-precio de la siguiente curva de demanda $q = \frac{\bar{R}}{p}$, donde $\bar{R}$ es una constante.

- a) $\bar{R}$.
- b) $-1/2$.
- c) -1 .
- d) $\bar{R}^2$.

RESPUESTA: c.

15.19. Obtener la elasticidad-precio de la siguiente curva de demanda $q = Ap^\beta$, donde A es una constante y β un parámetro.

- a) A .
- b) -1 .
- c) β .
- d) A/β .

RESPUESTA: c.

15.20. Obtener la elasticidad-precio de la siguiente curva de demanda $\ln q = \ln A + \beta \ln p$, donde A es una constante y β un parámetro.

- a) A .
- b) -1 .
- c) β .
- d) A/β .

RESPUESTA: c.

15.21. Si la curva de demanda es elástica en un punto, entonces el ingreso marginal es negativo.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: Para contestar a esta pregunta, y posteriores, hay que basarse en la expresión que aparece en la página 281 del libro de texto, que se ha comentado previamente en el apartado 9 de esta Guía:

$$IM = \frac{\Delta R}{\Delta q} = p(q) \left[1 - \frac{1}{|\varepsilon(q)|} \right]$$

Si $|\varepsilon| > 1$, entonces $\Delta R/\Delta q > 0$. Por tanto, una disminución de q produce una reducción de R ; el ingreso marginal es positivo.

15.22. Si la curva de demanda es inelástica en un punto, entonces una disminución de la cantidad demandada origina un aumento del ingreso.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

Explicación: $|\varepsilon| < 1$, por tanto $\Delta R/\Delta q < 0$. En consecuencia, una disminución de q produce un aumento de R . El ingreso marginal es negativo.

15.23. Si la curva de demanda posee elasticidad unitaria en un punto, entonces una variación de la cantidad demandada en cualquier sentido no afecta al ingreso.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

Explicación: $|\varepsilon| = 1$, por tanto $\Delta R/\Delta q = 0$. El ingreso marginal es nulo.

15.24. Dada una curva de demanda decreciente de pendiente finita, el ingreso marginal es igual al precio si y sólo si la cantidad demandada es positiva ($q > 0$):

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: Debemos partir de la primera fórmula del epígrafe 15.10, la cual aparece comentada en la presente Guía (punto 10):

$$IM = \frac{\Delta R}{\Delta q} = p(q) + q \frac{\Delta p(q)}{\Delta q}$$

Puesto que la curva de demanda tiene pendiente finita, $\Delta p(q)/\Delta q$ tomará valores finitos a medida que varía q . En tal caso, $IM = p$ si y sólo si $q = 0$.

15.25. Dada una curva de demanda decreciente de pendiente finita, el ingreso marginal es menor que el precio si y sólo si la cantidad demandada es positiva ($q > 0$):

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

Explicación: Basándonos en la misma expresión matemática anterior. Deduciremos fácilmente que si la pendiente de la curva de demanda es negativa, entonces $IM < p$ cuando $q > 0$.

15.26. Dada la curva de demanda $q(p) = \frac{a}{b} - \frac{p}{b}$, obtener la curva de ingreso marginal.

- a) $IM(p) = \frac{a}{b} - \frac{2}{b} p$.
- b) $IM(q) = a - bq$.
- c) $IM(q) = a - 2bq$.
- d) $IM(p) = a - 2bp$.

RESPUESTA: c.

Explicación: En primer lugar hay que obtener la curva inversa de demanda: $p(q) = a - bq$.

A partir de aquí se puede proceder como en el libro de texto (epígrafe 15.10), o como se hace en la presente Guía (punto 10), para obtener la curva de ingreso marginal.

15.27. Dada la curva de demanda $q(p) = \frac{a}{b} - \frac{p}{b}$, el ingreso marginal es cero cuando:

- a) $q = a/b$.
- b) $p > a/2$.
- c) $p = a$.
- d) $q = a/2b$.

RESPUESTA: d.

Explicación: En primer lugar hay que obtener la curva de ingreso marginal, lo cual ya se hizo en el ejercicio anterior:

$$IM(q) = a - 2bq$$

A partir de aquí fácilmente se infiere que si $IM = 0$, entonces $q = \frac{a}{2b}$. Y sustituyendo, bien en la curva

de demanda, bien en la curva inversa de demanda, resulta $p = \frac{a}{2}$.

15.28. Dada la curva de demanda $q(p) = \frac{a}{b} - \frac{p}{b}$, el ingreso marginal es igual al precio del bien

cuando:

- a) $q=a/b$.
- b) $p<a$.
- c) $p=a$.
- d) $p=a/2b$.

RESPUESTA: c.

Explicación: La curva inversa de demanda es: $p(q)=a-bq$. Y la curva de ingreso marginal $IM(q)=a-2bq$.

Igualando ambas ecuaciones obtendremos: $a-bq=a-2bq$; $bq=2bq$, $bq=0$, por tanto $q=0$, como ya sabíamos de antemano. Sustituyendo en la curva inversa de demanda resulta $p=a$.

COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO

1. Problema 3. El ingreso $R(p)$ es igual a la cantidad demandada multiplicada por el precio:

$$R(p) = D(p)p = 12p - 2p^2$$

Se trata de una función que depende de la variable p . Para maximizar esta función hay que igualar su primera derivada a cero: $dR/dp=12-4p=0$. De donde se deduce que el precio que maximiza el ingreso es $p=3$.

2. Problema 5. Tomemos la última expresión matemática del epígrafe 15.11:

$$S_1\varepsilon_{1m} + S_2\varepsilon_{2m} = 1$$

donde ε_{jm} $j = 1,2$ son las respectivas elasticidades-venta de la demanda de ambos bienes.

Podemos describir esta expresión del siguiente modo:

$$\varepsilon_{1m} = \frac{1}{S_1} - \frac{S_2}{S_1} \varepsilon_{2m}$$

Cuando se consume una cantidad positiva de ambos bienes, fácilmente puede comprobarse que se cumple:

$$0 < s_j = \frac{p_j x_j}{m} < 1 \quad j = 1,2$$

esto es, la proporción del gasto dedicado a cada uno de los bienes es positiva y menor que la unidad.

Por consiguiente, $\frac{1}{s_1} > 1$. De ahí que si el segundo bien es inferior ($\epsilon_{2m} < 0$), entonces el primer bien debe ser un bien de lujo, dado que resulta $\epsilon_{1m} > 1$.

CAPÍTULO 16

EL EQUILIBRIO

Este capítulo no es materia de examen.

CAPÍTULO 17

LAS SUBASTAS

Este capítulo no es materia de examen.

CAPÍTULO 18

LA TECNOLOGÍA

Este capítulo se exige íntegramente en el examen, excepto el epígrafe 18.9 (el largo plazo y el corto plazo), cuyo estudio deberá abordarse en un capítulo posterior.

Se recomienda comenzar el estudio del capítulo por los apartados 1-4 de las Aclaraciones y Comentarios, lo que permitirá entender con más facilidad la exposición contenida en el libro de texto.

ACLARACIONES Y COMENTARIOS

1. Un proceso productivo o técnica de producción lo representaremos de este modo $(x_1, x_2) \rightarrow y$. Donde x_1 y x_2 son los inputs o factores productivos. El output, producto o cantidad producida es y .

En otras palabras, con unos inputs o factores productivos (x_1, x_2) se obtiene un output y .

Si tomamos dos procesos productivos cualesquiera a y b los podemos representar del siguiente modo: $(x_1^a, x_2^a) \rightarrow y^a$; $(x_1^b, x_2^b) \rightarrow y^b$.

El conjunto de procesos productivos o combinaciones input-output tecnológicamente factibles o viables recibe el nombre de *conjunto de producción o tecnología*.

Este último debe cumplir al menos los siguientes axiomas:

- a) Imposibilidad de producción libre. Es decir, para obtener una cantidad positiva de output es preciso emplear al menos un input. No se puede producir algo a partir de nada.
- b) Eliminación gratuita. Si es posible obtener una determinada cantidad de producto empleando una cierta cantidad de inputs, también es posible obtener una cantidad menor del primero empleando los mismos inputs. En otras palabras, si el proceso productivo $(x_1, x_2) \rightarrow y$ es factible o viable, también es factible el proceso productivo $(x_1, x_2) \rightarrow z$ tal que $z < y$.

Debido a este segundo axioma el conjunto de producción o tecnología contiene procesos que son técnicamente ineficientes, es decir, con los que no se obtiene la cantidad máxima de output dada la cantidad de inputs empleada.

Por este motivo, se reserva el nombre de función de producción al conjunto de procesos productivos técnicamente eficientes, es decir, aquellos con los que se obtiene la cantidad máxima de output dadas las cantidades empleadas de inputs. Se dice entonces que la función de producción es la frontera del conjunto de producción, como puede apreciarse en la Figura 18.1 del texto.

2. Supongamos que tenemos un proceso productivo genérico $(x_1, x_2) \rightarrow y$. Si este proceso productivo es factible o viable también puede serlo otro proceso productivo $(\alpha x_1, \alpha x_2) \rightarrow \alpha y$ tal que $0 < \alpha < 1$. Si esto es así, entonces la escala de producción a la que opera este proceso productivo puede reducirse a voluntad. Se dice entonces que el proceso productivo en cuestión es *divisible*.

Supongamos que tenemos dos procesos productivos cualesquiera:

$$(x_1^a, x_2^a) \rightarrow y^a \quad (x_1^b, x_2^b) \rightarrow y^b$$

Si ambos son factibles, también puede serlo un proceso productivo que sea el resultante de emplear ambos simultáneamente:

$$(x_1^a + x_1^b, x_2^a + x_2^b) \rightarrow y^a + y^b.$$

Si esto es así, se dice que ambos procesos productivos son *aditivos*.

En cursos superiores se demuestra que la divisibilidad de los procesos es condición imprescindible para que la tecnología sea *convexa*.

Esto quiere decir que si tenemos dos procesos productivos factibles o viables cualesquiera en los que se obtiene el mismo nivel de output y , también será posible obtener al menos ese mismo volumen de output mediante procesos que sean el resultado de combinar los dos anteriores a modo de una media ponderada de ambos:

$$[\alpha x_1^a + (1-\alpha)x_1^b, \alpha x_2^a + (1-\alpha)x_2^b] \rightarrow [\alpha y^a + (1-\alpha)y^b] \quad 0 < \alpha < 1$$

Como $y^a = y^b = y$ tendremos:

$$[\alpha x_1^a + (1-\alpha)x_1^b, \alpha x_2^a + (1-\alpha)x_2^b] \rightarrow y \quad 0 < \alpha < 1$$

Hay que hacer notar que este proceso resultante puede no ser eficiente, de ahí que combinando ambos procesos originarios en la forma indicada se pueda obtener un output mayor que y , empleando la misma cantidad de inputs:

$$[\alpha x_1^a + (1-\alpha)x_1^b, \alpha x_2^a + (1-\alpha)x_2^b]$$

3. Esta propiedad, la convexidad, aparece representada en la Figura 18.4 del texto: si tenemos un proceso productivo $(a_1, a_2) \rightarrow y$, y otro proceso productivo $(b_1, b_2) \rightarrow y$ con el que se obtiene la misma cantidad de producto, entonces la media ponderada de ambos procesos permite obtener al menos un volumen de output y :

$$[\alpha a_1 + (1-\alpha)b_1, \alpha a_2 + (1-\alpha)b_2] \rightarrow y \quad 0 < \alpha < 1$$

Dando diferentes valores a α , se obtienen los procesos productivos resultantes de la combinación de los procesos productivos originarios. Tales procesos productivos se representan gráficamente como puntos de la línea recta que une (a_1, a_2) y (b_1, b_2) .

Precisamente en la Figura 18.4 la combinación de procesos originarios en la forma indicada permite obtener el mismo volumen de output, dado que por el punto que allí se indica pasa la misma isocuanta que la que pasa por los puntos (a_1, a_2) y (b_1, b_2) .

4. **La función de producción y las isocuantas.** Dentro de la función de producción se consideran únicamente los procesos productivos técnicamente eficientes (la frontera del conjunto de producción) disponibles dentro de la tecnología en cuestión. Es decir, aquéllos con los que se obtiene el máximo volumen de output dadas las cantidades de inputs empleadas.

Además, dentro de la función de producción se considera que:

- a) Existen infinitas técnicas o procesos productivos eficientes.
- b) Los inputs se combinan en infinitas proporciones continuamente variables.

Con ambos supuestos, la función de producción, cuya expresión genérica es $y=f(x_1, x_2)$, resulta ser, desde un punto de vista matemático, una función continua y dos veces diferenciable.

En este contexto, pues, estamos en condiciones de definir convenientemente el producto o productividad marginal de cada uno de los inputs, el cual exige lógicamente el cálculo de las derivadas parciales de la función de producción:

$$PM_1(x_1, x_2) = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} \quad PM_2(x_1, x_2) = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2}$$

- Las isocuantas son las curvas de nivel de la función de producción. Esto es, el lugar geométrico de todas las combinaciones de inputs correspondientes a procesos productivos eficientes con los que se obtiene el mismo nivel de output.
- Las isocuantas más alejadas del origen representan mayores niveles de output.
- Las isocuantas son siempre decrecientes, dado que al aumentar la cantidad empleada de un input es preciso reducir la cantidad empleada del otro para que el volumen de output no sufra alteración alguna. Se dice entonces que la tecnología que estamos considerando es *monótona*, dado que un aumento de la cantidad empleada de al menos un input conlleva un incremento de la cantidad producida.
- Las isocuantas nunca se cortan, dado que si lo hicieran entonces un determinado proceso productivo, la combinación de inputs correspondiente al punto de intersección, permitiría obtener dos

volúmenes de output diferentes; y esto es absurdo, dado que dentro de la función de producción sólo se consideran los procesos productivos técnicamente eficientes, es decir, aquéllos con los que se obtiene el máximo volumen de output dadas las cantidades de inputs empleadas.

5. Epígrafe 18.3, ejemplos de tecnología. En los dos primeros casos nosotros manejaremos funciones de producción más generales que las que aparecen en el libro de texto:

a) *Proporciones fijas*, denominada también de coeficientes fijos:

$$y = f(x_1, x_2) = \min\left\{\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right\}$$

α y β son las proporciones con que se emplean ambos inputs, de forma muy parecida a lo que ocurría con la función de utilidad de los bienes complementarios perfectos.

b) *Sustitutivos perfectos*: $y = f(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$.

6. Producto o productividad media de un factor. Es el cociente entre el output obtenido y la cantidad empleada de ese input:

$$PMe_1(x_1, x_2) = \frac{f(x_1, x_2)}{x_1} \quad PMe_2(x_1, x_2) = \frac{f(x_1, x_2)}{x_2}$$

La relación existente entre la productividad media y marginal es muy sencilla de establecer, basta estudiar cómo varía la productividad media a medida que se altera la cantidad empleada del input en cuestión. Consideremos el input o factor productivo x_1 :

$$\frac{\partial PMe_1(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \frac{x_1 PM_1(x_1, x_2) - f(x_1, x_2)}{x_1^2} = \frac{PM_1 - PMe_1}{x_1}$$

Como x_1 es siempre un número positivo, el signo de la variación de la productividad media del factor x_1 se establece del siguiente modo:

$$\partial PMe_1(x_1, x_2) / \partial x_1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad PM_1 = PMe_1$$

$$\partial PMe_1(x_1, x_2) / \partial x_1 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad PM_1 > PMe_1$$

$$\partial PMe_1(x_1, x_2) / \partial x_1 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad PM_1 < PMe_1$$

El producto marginal de un input puede tener cualquier comportamiento. Puede crecer, caer o permanecer constante. Lo que provoca la variación de la productividad media de un factor es que el producto marginal sea mayor que el producto medio, en tal caso la productividad media será creciente a medida que aumenta la cantidad empleada del input en cuestión; o bien que el producto marginal sea menor

que el producto medio de un factor, en tal caso la productividad media será decreciente a medida que aumenta la cantidad empleada del input en cuestión; o bien que el producto marginal sea igual al producto medio de un factor, en tal caso la productividad media no se alterará a medida que aumenta la cantidad empleada del input en cuestión.

7. Epígrafe 18.6, la relación técnica de sustitución. Partiendo de la función de producción $y=f(x_1, x_2)$, calculamos la diferencial total de esta función:

$$dy = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} dx_2 = PM_1(x_1, x_2) dx_1 + PM_2(x_1, x_2) dx_2$$

8. Epígrafe 18.7, el producto marginal decreciente. Se basa en el estudio de las leyes de los rendimientos de la producción en la agricultura. Se considera fija la cantidad de tierra cultivada y se estudia el efecto sobre el volumen de output de sucesivos incrementos de la cantidad empleada del otro input, por ejemplo el trabajo (también se puede considerar un input compuesto: diferentes dosis de una combinación trabajo-capital en una proporción fija).

A partir de este estudio se concluye que la productividad marginal del factor variable, el trabajo, crece en un primer momento para luego decrecer continuamente (hasta hacerse incluso negativa) a medida que aumenta la cantidad de trabajo aplicada sobre una misma parcela de tierra cultivable.

¿Cuál será el comportamiento de la productividad media del factor trabajo? En un primer momento, cuando la cantidad de trabajo empleada es muy pequeña, tanto la productividad marginal como la productividad media son crecientes. Por este motivo, como vimos anteriormente, podemos concluir que en un primer momento la productividad marginal es superior a la productividad media.

A medida que aumenta la cantidad empleada de trabajo, la productividad media de este factor crece hasta un punto máximo caracterizado porque la productividad marginal, después de crecer y caer, se hace igual a la productividad media. Este punto recibe el nombre de *óptimo técnico*, y supone el empleo más eficiente del factor variable, en este caso el trabajo.

A partir de este punto, la productividad marginal será inferior a la productividad media, de ahí que esta última se haga decreciente hasta tender a cero; mientras tanto, la productividad marginal seguirá su curso decreciente hasta hacerse incluso negativa. El punto donde la productividad marginal se anula recibe el nombre de *máximo técnico*, debido a que en este punto se obtiene la máxima cantidad de output.

A partir de este punto, como la productividad marginal del factor trabajo se hace negativa, el nivel de output disminuye a medida que aumentamos la cantidad de trabajo empleada sobre una misma parcela de tierra cultivable.

9. Epígrafe 18.10, los rendimientos a escala. Decimos que la función de producción $y=f(x_1, x_2)$ es homogénea de grado α , cuando para todo $t>0$ se cumple: $f(tx_1, tx_2)=t^\alpha f(x_1, x_2)$.

Es decir, si multiplicamos las cantidades empleadas de todos los inputs por t , el volumen de output queda multiplicado por t^α .

- a) Cuando $\alpha=1$ (homogeneidad de grado uno de la función de producción), los rendimientos son constantes a escala.
- b) Cuando $\alpha>1$ (homogeneidad de grado mayor que uno), los rendimientos son crecientes a escala.
- c) Cuando $\alpha<1$ (homogeneidad de grado menor que uno), los rendimientos son decrecientes a escala.

Esta es la definición más general de rendimientos a escala en relación con el grado de homogeneidad de la función de producción. Note el lector que en el libro de texto considera $t>1$, es decir, un aumento de la escala de producción. Esto es sin duda un caso particular. Dado que la definición de rendimientos a escala sigue siendo válida cuando $t<1$, es decir, cuando hay una reducción de la escala de producción:

- a) *Rendimientos constantes escala*: cuando el output se reduce en la misma proporción que los inputs ante una reducción de la escala de producción.
- b) *Rendimientos crecientes a escala*: cuando el output se reduce en mayor proporción que los inputs.
- c) *Rendimientos decrecientes a escala*: cuando el output se reduce en menor proporción que los inputs.

10. Epígrafe 18.10, página 333, cuando habla de un oleoducto como ejemplo de rendimientos crecientes a escala. Consideremos un oleoducto de forma cilíndrica, de longitud L y radio R . La superficie de ese oleoducto será $2\pi RL$. En cambio, está en condiciones de transportar un volumen de líquido o gas igual a $\pi R^2 L$.

De esta forma, si duplicamos el radio del oleoducto, entonces la superficie del mismo, es decir, la envoltura, se multiplicará por dos (y de ahí el coste del oleoducto), pero el volumen de líquido o gas susceptible de ser transportado se multiplicará por cuatro. De ahí que el coste unitario de transporte del líquido o gas por medio del oleoducto se verá reducido.

11. Centrémonos en el estudio de la función de producción Cobb-Douglas como prototipo de una tecnología regular, esto es, monótona y convexa.

$$y = f(x_1, x_2) = Ax_1^a x_2^b$$

- a) Productividad marginal de los factores.

$$PM_1 = \partial f(x_1, x_2) / \partial x_1 = Ax_2^b a x_1^{a-1} > 0$$

$$PM_2 = \partial f(x_1, x_2) / \partial x_2 = Ax_1^a b x_2^{b-1} > 0$$

Las productividades marginales de ambos inputs son positivas.

- b) Productividad media de los factores.

$$PMe_1 = f(x_1, x_2) / x_1 = Ax_1^{a-1} x_2^b$$

$$PMe_2 = f(x_1, x_2) / x_2 = Ax_1^a x_2^{b-1}$$

- c) $RTS = dx_2/dx_1 = -PM_1/PM_2 = -ax_2/bx_1$

Luego las isocuantas tienen pendiente negativa. Y además la pendiente sólo depende de la proporción con que se emplean los inputs x_1 y x_2 y no de la cantidad utilizada de ambos inputs, es decir, de la escala de producción. Esto es debido a que la función de producción es homogénea; algo parecido sucedía con las funciones de utilidad Cobb-Douglas, que eran homotéticas.

- d) Comportamiento de la RTS a medida que varía x_1 :

$$\frac{\partial RTS}{\partial x_1} = \frac{d^2 x_2}{dx_1^2} = - \frac{abx_1 \frac{dx_2}{dx_1} - abx_2}{b^2 x_1^2} = \frac{a(a+b)x_2}{b^2 x_1^2} > 0$$

Eso quiere decir que las isocuantas son convexas $\left(\frac{d^2 x_2}{dx_1^2} > 0 \right)$ y tienen una curvatura regular (carecen de segmentos lineales). Esto mismo sucedía con las curvas de indiferencia de la función de utilidad Cobb-Douglas.

De ahí que la RTS sea creciente a medida que aumenta la cantidad empleada del factor x_1

$\left(\frac{\partial RTS}{\partial x_1} > 0 \right)$. Pero como la RTS es negativa, ello quiere decir que esta última es decreciente

en valor absoluto a medida que aumentamos la cantidad empleada del factor x_1 . Esto mismo sucedía con la RMS en el caso de la función de utilidad Cobb-Douglas.

- e) Homogeneidad de la función de producción.

Si multiplicamos cada uno de los inputs por $t > 0$, tendremos:

$$A(t x_1)^a (t x_2)^b = t^{a+b} A x_1^a x_2^b = t^{a+b} y$$

Es decir, el output queda multiplicado por t^{a+b} . Luego la función de producción Cobb-Douglas que estamos manejando es homogénea de grado $a+b$. De este modo:

- Si $a+b=1$ entonces los rendimientos son constantes a escala.
 - Si $a+b>1$ entonces los rendimientos son crecientes a escala.
 - Si $a+b<1$ entonces los rendimientos son decrecientes a escala.
- f) Hemos visto anteriormente que la productividad marginal es positiva para ambos inputs. Estudiemos ahora el comportamiento de ambas productividades marginales a medida que se altera la cantidad empleada de ambos inputs respectivamente.

$$\partial PM_1 / \partial x_1 = A x_2^b a(a-1) x_1^{a-2}$$

$$\partial PM_2 / \partial x_2 = A x_1^a b(b-1) x_2^{b-2}$$

Sólo si $a<1$ y $b<1$ ambas productividades marginales serán decrecientes a medida que aumenta el empleo de ambos factores respectivamente:

$$\partial PM_1 / \partial x_1 < 0 \quad \partial PM_2 / \partial x_2 < 0$$

Como esta condición es compatible con $a+b>1$, $a+b<1$, $a+b=1$, ello quiere decir que la tecnología Cobb-Douglas admite productividades marginales decrecientes cualesquiera que fueren los rendimientos a escala que prevalezcan.

PREGUNTAS DE TEST

18.1. El conjunto de todas las combinaciones input-output tecnológicamente factibles recibe el nombre de:

- a) Función de producción.
- b) Conjunto de producción o tecnología.
- c) Proceso productivo.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

18.2. Un axioma fundamental que debe cumplir el conjunto de producción es la "eliminación gratuita": si el proceso productivo $(x_1, x_2) \rightarrow y$ es factible o viable, entonces también es factible el proceso $(x_1, x_2) \rightarrow z$, tal que $z < y$.

- a) Verdadero.

b) Falso.

RESPUESTA: a.

18.3. El conjunto de producción, debido al axioma de eliminación gratuita, sólo contiene procesos productivos técnicamente eficientes.

a) Verdadero.

b) Falso.

RESPUESTA: b.

18.4. La frontera del conjunto de producción recibe el nombre de:

a) Técnicas de producción.

b) Proceso productivo.

c) Función de producción.

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

18.5. La función de producción es el conjunto de procesos productivos técnicamente eficientes.

a) Verdadero.

b) Falso.

RESPUESTA: a.

18.6. Dado el proceso productivo $(x_1, x_2) \rightarrow y$, si se cumple que el proceso $(\alpha x_1, \alpha x_2) \rightarrow \alpha y$, tal que $0 < \alpha < 1$, es factible, entonces podemos afirmar que el primer proceso productivo es:

a) Divisible.

b) Indivisible.

c) Aditivo.

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

18.7. Dados dos procesos productivos cualesquiera en los que se obtiene el mismo volumen de output, si éstos pueden ser combinados de tal forma que una media ponderada de ambos permite obtener al menos ese mismo nivel de output, podemos afirmar que:

a) Los procesos productivos son indivisibles.

b) La tecnología no es convexa.

c) La tecnología es convexa.

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

18.8. Las isocuantas son el lugar geométrico de todas las combinaciones de inputs correspondientes a procesos productivos técnicamente eficientes con los que se obtiene el mismo nivel de output:

a) Verdadero.

b) Falso.

RESPUESTA: a.

18.9. Señale la respuesta incorrecta. Las propiedades de las isocuantas son:

- a) Las isocuantas más alejadas del origen representan mayores niveles de output.
- b) Las isocuantas nunca se cortan.
- c) Las isocuantas son siempre decrecientes si la tecnología es monótona.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: d.

18.10. Puesto que dentro de la función de producción todos los procesos productivos son técnicamente eficientes, entonces las isocuantas:

- a) Deben cortarse siempre.
- b) No deben cortarse nunca.
- c) Pueden cortarse algunas veces.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

18.11. Si la productividad marginal de un factor es superior a la productividad media del mismo, entonces esta última crecerá a medida que empleemos una mayor cantidad del factor en cuestión.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

18.12. Si la productividad marginal de un factor es inferior a la productividad media del mismo, entonces esta última crecerá a medida que empleemos una mayor cantidad del factor en cuestión.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

18.13. Dentro de las leyes de los rendimientos de la producción agrícola, el óptimo técnico se caracteriza porque:

- a) La productividad marginal del factor variable es menor que la productividad media de este último.
- b) La productividad media del factor variable alcanza su valor máximo.
- c) La productividad media del factor variable alcanza su valor mínimo.
- d) La productividad marginal del factor variable es mayor que la productividad media de este último.

RESPUESTA: b.

18.14. Dentro de las leyes de los rendimientos de la producción agrícola, el máximo técnico se caracteriza porque:

- a) La productividad marginal del factor variable es negativa.
- b) La productividad media del factor variable es menor que la productividad marginal.
- c) La productividad marginal del factor variable es nula.
- d) La productividad media del factor variable es igual a la productividad marginal.

RESPUESTA: c.

18.15. Dentro de las leyes de los rendimientos de la producción agrícola, la productividad marginal del factor variable (el trabajo) es menor que la productividad media:

- a) En el óptimo técnico.
- b) Antes de alcanzarse el óptimo técnico.
- c) Después de alcanzarse el óptimo técnico.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

18.16. Dentro de las leyes de los rendimientos de la producción agrícola, la productividad marginal del factor variable (el trabajo) es negativa:

- a) En el óptimo técnico.
- b) Antes de alcanzarse el óptimo técnico.
- c) En el máximo técnico.
- d) Después de alcanzarse el máximo técnico.

RESPUESTA: d.

18.17. Señale la respuesta incorrecta. Dada la función de producción $y=f(x_1, x_2)$, la relación técnica de sustitución $RTS=dx_2/dx_1$ es:

- a) La pendiente de la isocuanta.
- b) El cociente entre las variaciones de las cantidades empleadas de los factores 2 y 1 cuando el nivel de producción se mantiene constante, es decir, cuando nos movemos dentro de la misma isocuanta.
- c) El cociente entre las productividades marginales de los factores, de la siguiente forma:
 $|RTS| = PM_1/PM_2$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: d.

18.18. Dada la función de producción $y=f(x_1, x_2)$, la relación técnica de sustitución se relaciona con las productividades marginales de los factores del siguiente modo:

- a) $|RTS| = -dx_2/dx_1 = PM_1/PM_2$.
- b) $|RTS| = dx_2/dx_1 = PM_1/PM_2$.
- c) $RTS = -dx_2/dx_1 = -PM_1/PM_2$.

d) $RTS = dx_2/dx_1 = PM_1/PM_2$.

RESPUESTA: a.

18.19. Dada la función de producción $y = ax_1 + bx_2$, obtener $|RTS| = -dx_2/dx_1$:

a) b/a .

b) b .

c) a/b .

d) a .

RESPUESTA: c.

Explicación: $RTS = dx_2/dx_1 = -PM_1/PM_2 = -a/b$.

18.20. Dada la función de producción $y = Ax_1^a x_2^b$, obtener $|RTS| = -dx_2/dx_1$:

a) ax_2/bx_1 .

b) bx_1/ax_2 .

c) ax_1/bx_2 .

d) bx_2/ax_1 .

RESPUESTA: a.

18.21. Dada la función de producción $y = Ax_1^a x_2^b$, la RTS es decreciente en valor absoluto a medida que aumenta el empleo del factor x_1 debido a que las isocuantas son:

a) Líneas rectas.

b) Curvas convexas.

c) Curvas cóncavas.

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

18.22. Dada la función de producción $y = Ax_1^a x_2^b$, la productividad marginal del factor x_1 es decreciente a medida que aumenta la cantidad empleada de este input cuando:

a) $a=2$.

b) $a>1$.

c) $a=1$.

d) $a<1$.

RESPUESTA: d.

18.23. Señale la respuesta incorrecta. Dada una función de producción $y=f(x_1, x_2)$ homogénea de grado α , los rendimientos a escala que exhibe son:

a) Constantes, si $\alpha=1$.

b) Crecientes, si $\alpha>1$.

c) Decrecientes, si $\alpha<1$.

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: d.

18.24. Señale la respuesta incorrecta. Los rendimientos a escala que exhibe la función de producción

$y = Ax_1^a x_2^b$ **son:**

a) Constantes, si $a+b=1$.

b) Crecientes, si $a+b>1$.

c) Decrecientes, si $a+b<1$.

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: d.

18.25. Dada la función de producción $y = Ax_1^a x_2^b$, las productividades marginales de ambos factores son decrecientes a medida que aumenta el empleo de sendos inputs si y sólo si los rendimientos son decrecientes a escala.

a) Verdadero.

b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: Las productividades marginales de ambos inputs son decrecientes cuando $a<1$ y $b<1$, como se demostró anteriormente. Esta condición es compatible con $a+b\geq 1$; lo cual significa que las productividades marginales decrecientes para ambos inputs son compatibles con rendimientos constantes/crecientes a escala dentro de esta función de producción.

COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO

1. Problema 2. Puesto que $1/2 + 1/3 = 5/6$ es menor que la unidad, los rendimientos a escala son decrecientes. Para que los rendimientos a escala fueran constantes, ambos exponentes deberían ser $1/2$; o bien, uno de ellos $1/3$ y el otro $2/3$.
2. Problema 4. $RTS=dx_2/dx_1 = -4$. Por tanto, si $dx_1 = -3$, resultará $dx_2 = 12$.
3. Problema 5. Si no se cumple la ley de la productividad marginal decreciente, en este caso la productividad marginal del factor trabajo nunca llegaría a anularse y a partir de ahí hacerse negativa. Por tanto, no existiría un máximo técnico. Esto es, la producción de alimentos podría crecer tanto como nosotros deseáramos.
4. Problema 6. Piense el lector en la función de producción Cobb-Douglas cuando $a<1$ y $b<1$ (productividad marginal decreciente de ambos factores) y a su vez $a+b>1$ (rendimientos a escala crecientes).

APÉNDICE

El contenido de este apéndice no es materia de examen. Lo que se pretende es desarrollar el epígrafe 18.7 del libro de texto y el punto 8 de Aclaraciones y Comentarios al capítulo.

Pasamos, pues, a analizar gráficamente la llamada *ley del producto o productividad marginal decreciente*, conocida también con los nombres de *ley de los rendimientos (marginales) decrecientes*, o *ley de las proporciones variables de los factores*.

Consideremos la función de producción a corto plazo $y = f(x_1, \bar{x}_2)$, donde el segundo factor, como puede observarse, es fijo. Para simplificar la notación, tal función de producción puede describirse del siguiente modo: $y = f(x)$, de forma que sólo aparezca el factor variable.

La representación gráfica de esta función de producción a corto plazo, denominada también curva de la productividad total del factor variable, aparece en la Figura 18.1. reproducida en este apéndice.

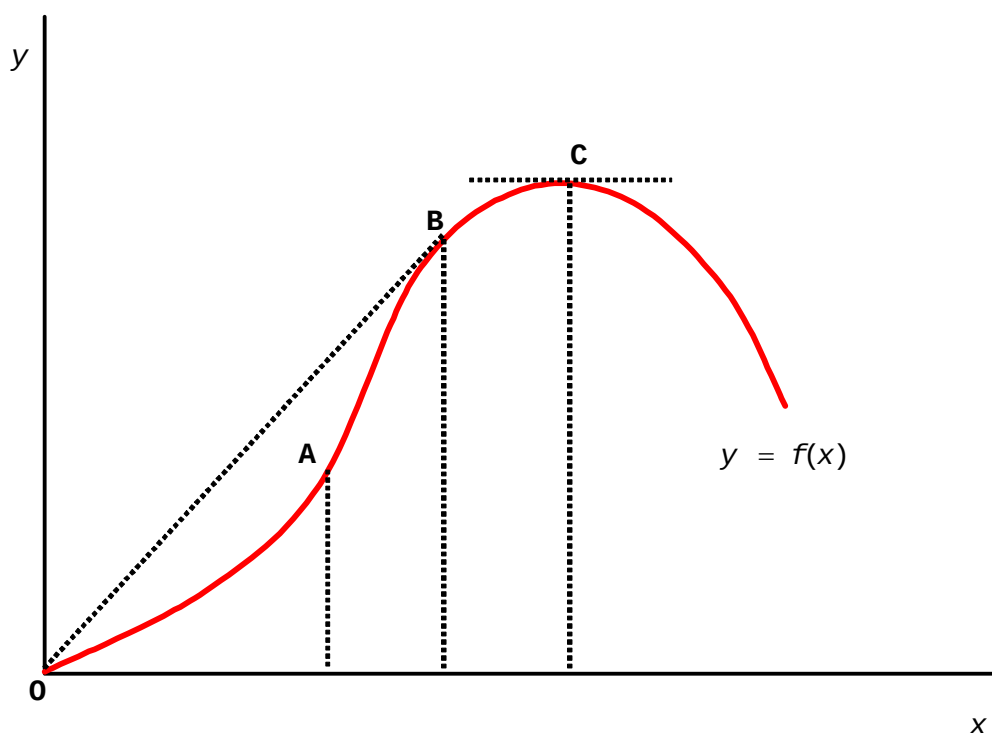


Figura 18.1. La función de producción a corto plazo

Inspeccionando el gráfico puede observarse lo siguiente:

- Se trata de una curva creciente hasta alcanzar un máximo en el punto **C**, precisamente el *máximo técnico*. A partir de ahí el nivel de producción disminuye conforme aumenta la cantidad empleada del factor variable.

- b) La curva es convexa hasta alcanzar el punto **A**, que es el punto de inflexión. A partir de ahí, la curva es cóncava.

Teniendo en cuenta estos datos, estudiemos el comportamiento de la primera derivada de la función de producción, esto es, el comportamiento de la *productividad marginal del factor variable*:

- a) La productividad marginal del factor variable crecerá, dado que la citada curva es convexa en un primer momento, hasta alcanzar un máximo en el punto **A**, ya que por tratarse del punto de inflexión de la curva, su segunda derivada es igual a cero.
- b) A partir de ese punto la productividad marginal será decreciente, dado que la curva es cóncava.
- c) La productividad marginal se anulará en el punto **C**, dado que la pendiente de la citada curva es cero en ese punto. Éste es precisamente el máximo técnico de la función de producción.
- d) A partir de ese punto la productividad marginal será negativa, dado que la citada curva es decreciente.

La *productividad media del factor variable* se representa gráficamente como la pendiente del rayo vector que partiendo del origen de coordenadas toca a la función de producción. En la Figura 18.1 del presente apéndice se observa entonces lo siguiente:

- a) Que la productividad media del factor variable crece hasta alcanzar un máximo en el punto **B**. A partir de ese punto es decreciente, aunque siempre se mantiene positiva. El punto **B** es precisamente el *óptimo técnico*.
- b) Que en el punto **B** la pendiente del rayo vector que parte del origen y la pendiente de la función de producción coinciden. De ahí que la productividad media sea igual a la productividad marginal en ese punto.

Representemos gráficamente las curvas de las productividades marginal y media del factor variable mediante la siguiente figura:

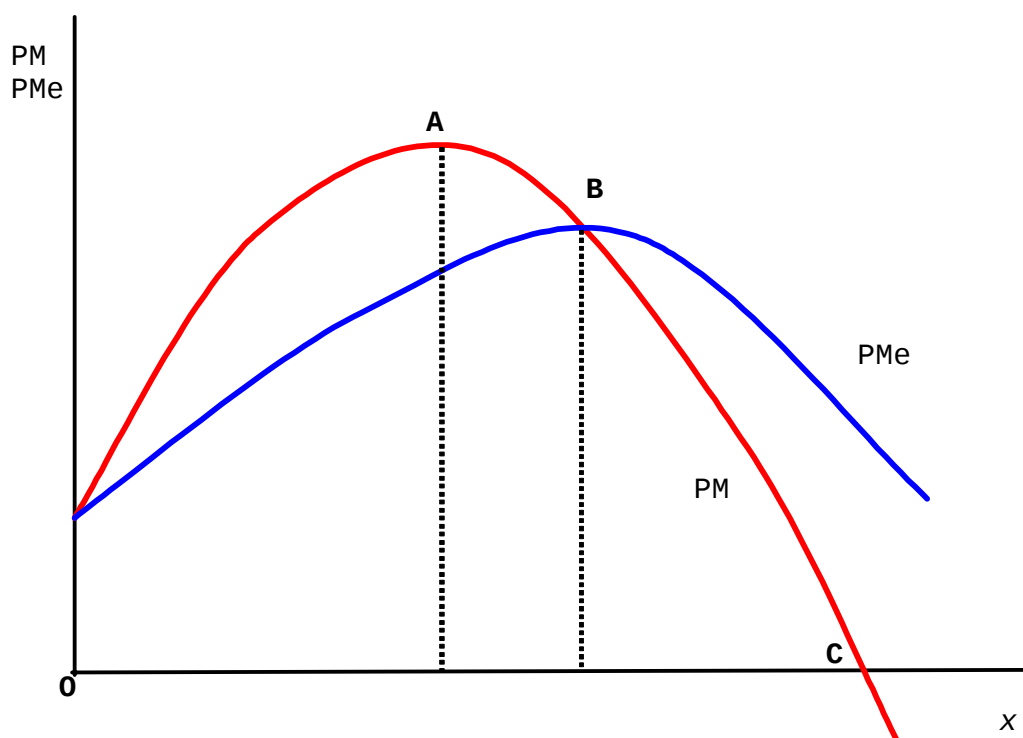


Figura 18.2. Las productividades media y marginal del factor variable

Puede observarse en el gráfico que las productividades marginal y media del factor variable coinciden cuando la cantidad empleada de este último tiende a cero. La demostración de este hecho se hace de forma parecida a como el autor demuestra en el apéndice del capítulo 21 que el coste variable medio es igual al coste marginal de la primera unidad de producción.

También puede observarse que al ser creciente la productividad media del factor variable hasta alcanzar el punto **B**, la productividad marginal es mayor que la productividad media, como bien sabemos.

En cambio, a partir del punto **B**, como la productividad media del factor variable es decreciente, la productividad marginal es inferior a la productividad media.

En el punto **B**, las productividades marginal y media coinciden, cuando esta última alcanza su máximo. Se trata del *óptimo técnico*.

En el punto **C** la productividad marginal se anula. Se trata del *máximo técnico* de la función de producción. Y a partir de este punto la productividad marginal se hace negativa.

CAPÍTULO 19

LA MAXIMIZACIÓN DEL BENEFICIO

De este capítulo se elimina el epígrafe 19.3 (Los beneficios y el valor en bolsa), así como el problema 5. Sin embargo, hay que estudiar el epígrafe 18.9. (El largo plazo y el corto plazo).

ACLARACIONES Y COMENTARIOS

1. Epígrafe 19.6. *Estática comparativa*. Considerando que la productividad marginal del factor variable es decreciente a medida que se emplea una mayor cantidad de este factor. Todas las conclusiones a las que se llega en este epígrafe se pueden deducir fácilmente de la condición que debe cumplirse en el corto plazo para que tenga lugar la maximización del beneficio:

$$pPM_1 = w_1$$

Esto es, en el corto plazo, cuando uno de los factores es fijo, el valor de la productividad marginal del factor variable ha de ser igual al precio de este factor.

- a) Si aumenta el precio del input w_1 , entonces PM_1 debe aumentar para que siga manteniéndose la anterior igualdad. La productividad marginal del factor variable sólo aumentará si el nivel de producción se reduce, esto es, si se emplea una menor cantidad de este factor. Por tanto, en el corto plazo existe una relación inversa entre el precio del input variable y la cantidad demandada de este factor. En otras palabras, la curva de demanda del factor variable es decreciente.
 - b) Si aumenta el precio del output p , entonces PM_1 debe disminuir para que siga manteniéndose la anterior igualdad. La productividad marginal del factor variable sólo disminuirá si se emplea una mayor cantidad de este factor, esto es, si el nivel de producción aumenta. Por tanto, en el corto plazo existe una relación directa entre el precio del output y la cantidad producida. En otras palabras, la curva de oferta del producto es creciente.
 - c) En cambio, si se altera el precio del factor fijo ello no afecta en absoluto a la cantidad demandada del factor variable, ni, por tanto, al nivel de producción; tan sólo se verán afectados los beneficios obtenidos por el empresario. Esto es debido a que la condición de maximización del beneficio recogida en la expresión matemática anterior no viene afectada por lo que le ocurra al factor fijo.
2. Epígrafe 19.7. Las demostraciones matemáticas aparecen en el apéndice del capítulo.
 3. *Apéndice*. El lector debe tener presente que al resolver el problema de la maximización del beneficio, tanto en el corto como en el largo plazo, lo que se obtiene son las funciones de demanda de los inputs y

la función de oferta del output. El autor procede de este modo por medio de un ejemplo basado en una función de producción Cobb-Douglas.

En primer lugar obtiene las funciones de demanda de los factores, dependientes en un primer momento de los precios de estos últimos, del precio del output y del nivel de producción.

Pero, a su vez, el nivel de producción depende del precio del output y de los precios de los factores. Ésta es precisamente la función de oferta del producto, que el autor obtiene a continuación. Desde el momento en que los precios de los factores permanecen constantes, tal función se convierte en la curva de oferta del producto.

Observe el lector que esta última es creciente en relación con el precio del output si y sólo si $a+b < 1$; es decir, si los rendimientos son decrecientes a escala. Sólo en este caso los exponentes serían positivos, y de ahí la cantidad ofrecida dependería de forma directa del precio del output.

En cursos superiores se demuestra que la maximización del beneficio exige necesariamente la existencia de rendimientos decrecientes a escala dentro de la función de producción para que el problema esté bien definido.

Por consiguiente, si ahora sustituimos en las funciones de demanda de los factores previamente obtenidas, resulta que estas últimas dependerán inversamente de los precios de los factores y directamente del precio del producto.

Si tomamos ahora una de ellas, por ejemplo la primera, y mantenemos constante el precio del segundo factor y el precio del producto, resultará la curva de demanda del primer factor, que dependerá únicamente del precio de este último. Como fácilmente puede apreciarse, tal curva de demanda resulta ser decreciente.

PREGUNTAS DE TEST

19.1. Aquel factor o input del cual se emplea una determinada cantidad cualquiera que fuere el nivel de producción, y por el que la empresa debe pagar aunque decida no producir nada, recibe el nombre de:

- a) Factor variable.
- b) Factor cuasifijo.
- c) Factor fijo.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

19.2. Aquel factor o input del cual se emplea una determinada cantidad que depende del nivel de producción, recibe el nombre de:

- a) Factor variable.

- b) Factor cuasifijo.
- c) Factor fijo.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

19.3. Aquel factor o input del cual se emplea una determinada cantidad cualquiera que fuere el nivel de producción, y por el que la empresa no tiene que pagar si decide no producir nada, recibe el nombre de:

- a) Factor variable.
- b) Factor fijo.
- c) Factor cuasifijo.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

19.4. A corto plazo todos los factores son necesariamente variables.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: Puede haber factores fijos y cuasifijos.

19.5. A largo plazo todos los factores son variables.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: Puede haber factores cuasifijos. Lo que sí podemos decir, es que no habrá factores fijos.

19.6. Dada la función de producción $y=f(x_1, x_2)$. Supongamos que nos movemos en el corto plazo y el segundo factor es fijo. Sean p , w_1 y w_2 el precio del output y de ambos inputs respectivamente. La pendiente de la recta isobeneficio es:

- a) w_2/p .
- b) π/p .
- c) w_1x_1/p .
- d) w_1/p .

RESPUESTA: d.

19.7. Dada la función de producción $y=f(x_1, x_2)$. Supongamos que nos movemos en el corto plazo y el segundo factor es fijo. Sean p , w_1 y w_2 el precio del output y de ambos inputs respectivamente; y PM_1 y PM_2 las productividades marginales de ambos factores. La maximización del beneficio se logra cuando se cumple la siguiente condición:

- a) $PM_2 = w_2/p$.
- b) $PM_1 > w_1/p$.
- c) $PM_1 = w_1/p$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

19.8. Dada la función de producción $y=f(x_1, x_2)$. Supongamos que nos movemos en el corto plazo y el segundo factor es fijo. La maximización del beneficio se logra cuando:

- a) La función de producción y la recta isobeneficio son tangentes.
- b) La productividad marginal del factor variable es mayor que la pendiente de la recta isobeneficio.
- c) La función de producción y la recta isobeneficio se cortan.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

19.9. Dada la función de producción $y=f(x_1, x_2)$. Supongamos que nos movemos en el corto plazo y el segundo factor es fijo. Si el precio del output aumenta, entonces la cantidad demandada x_1 del primer factor:

- a) Crecerá.
- b) Se reducirá.
- c) Permanecerá inalterada.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

19.10. Dada la función de producción $y=f(x_1, x_2)$. Supongamos que nos movemos en el corto plazo y el segundo factor es fijo. Si el precio del input x_1 aumenta, entonces la cantidad demandada de este factor:

- a) Crecerá.
- b) Se reducirá.
- c) Permanecerá inalterada.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

19.11. Dada la función de producción $y=f(x_1, x_2)$. Supongamos que nos movemos en el corto plazo y el segundo factor es fijo. Si el precio del input x_2 aumenta, entonces la cantidad demandada x_1 del primer factor y el nivel de producción:

- a) Crecerán.

- b) Se reducirán.
- c) Permanecerán inalterados.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

19.12. Dada la función de producción $y=f(x_1, x_2)$. Supongamos que nos movemos en el largo plazo y todos los factores son variables. Sean p , w_1 y w_2 el precio del output y de ambos inputs respectivamente; y PM_1 y PM_2 las productividades marginales de ambos factores. La maximización del beneficio se logra cuando se cumple la siguiente condición:

- a) $PM_1=w_1/p$ $PM_2=w_2/p$.
- b) $PM_1>w_1/p$ $PM_2>w_2/p$.
- c) $PM_1<w_1/p$ $PM_2<w_2/p$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

19.13. A largo plazo, si los rendimientos son constantes a escala, los beneficios de una empresa competitiva deben ser:

- a) Positivos.
- b) Negativos.
- c) Nulos.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

19.14. Dada la función de producción $y = x_1^a x_2^b$, las funciones de demanda de ambos factores son:

- a) $x_1=apy/w_1$ $x_2=bpy/w_2$.
- b) $x_1=bpy/w_1$ $x_2=apy/w_2$.
- c) $x_1=apy/w_2$ $x_2=bpy/w_1$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

19.15. Dada la función de producción $y = x_1^a x_2^b$, la función de oferta del producto es:

- a) $y = \left(\frac{pb}{w_1} \right)^{\frac{a}{1-a-b}} \left(\frac{pa}{w_2} \right)^{\frac{b}{1-a-b}}.$
- b) $y = \left(\frac{pa}{w_1} \right)^{\frac{a}{1-a-b}} \left(\frac{pb}{w_2} \right)^{\frac{b}{1-a-b}}.$
- c) $y = \left(\frac{pa}{w_1} \right)^{\frac{a}{1-a+b}} \left(\frac{pb}{w_2} \right)^{\frac{b}{1-a+b}}.$

$$d) \quad y = \left(\frac{pa}{w_2} \right)^{\frac{a}{1-a-b}} \left(\frac{pb}{w_1} \right)^{\frac{b}{1-a-b}}.$$

RESPUESTA: b .

COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO

1. Problema 1. Como ya hemos visto con anterioridad, ni el nivel de producción ni, por tanto, la cantidad utilizada del factor variable, se ven alterados. Por consiguiente, los beneficios se verán reducidos debido a un simple incremento del coste del factor fijo.

En el Problema 7 lo único que cambia es que ahora, ante una reducción del precio del factor fijo, el volumen de beneficios crece.

2. Problema 3. Tal como vimos en el capítulo anterior, si los rendimientos son decrecientes a escala, una reducción de las cantidades empleadas de los factores productivos en una determinada proporción conlleva una reducción del nivel de output en una proporción menor. Por tanto, si los rendimientos son decrecientes a escala y una empresa se subdivide en dos del mismo tamaño, aunque la cantidad de inputs utilizada en conjunto por ambas empresas sea la misma que en la situación de partida, el volumen de output en conjunto sería mayor, y de ahí los beneficios totales.
3. Problema 6. El valor del producto marginal del factor 1 es mayor que su precio. Por consiguiente, se pueden incrementar los beneficios aumentando la cantidad empleada de este factor hasta un punto en el que, al caer su productividad marginal, el valor de esta última sea exactamente igual al precio del factor en cuestión.

CAPÍTULO 20

LA MINIMIZACIÓN DE LOS COSTES

Este capítulo se exige íntegramente en el examen.

ACLARACIONES Y COMENTARIOS

1. Epígrafe 20.1, primer párrafo de la página 357. El autor emplea el término de "isocuanta lisa". Esto quiere decir que la isocuanta posee una curvatura regular, esto es, que carece de vértices o puntos angulares donde la pendiente no está definida.

La expresión 20.2 se obtiene calculando la diferencial total de la función de producción e igualando a cero la variación del output:

$$dy = \frac{\partial y}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} dx_2 = PM_1 dx_1 + PM_2 dx_2 = 0$$

La expresión 20.5 se obtiene calculando la diferencial de la ecuación de definición del coste $C = w_1 x_1 + w_2 x_2$ considerando que los precios de los factores no se alteran, e igualando a cero la variación del coste:

$$dC = \frac{\partial C}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial C}{\partial x_2} dx_2 = w_1 dx_1 + w_2 dx_2 = 0$$

2. Epígrafe 20.1, expresión matemática posterior a la ecuación 20.5. Puede describirse del siguiente modo:

$$\frac{PM_1}{w_1} = \frac{PM_2}{w_2}$$

Esta expresión se conoce con el nombre de la *ley de la igualdad de las productividades marginales ponderadas*.

La elección óptima del productor debe ser tal que las productividades marginales de los factores, ponderadas con sus respectivos precios, deben ser iguales entre sí.

3. Epígrafe 20.1. Ejemplo: Minimización de los costes con tecnologías concretas.

a) *Tecnología de proporciones fijas*. Consideremos la función de producción más general que la que aparece en el libro de texto:

$$y = \min\left\{\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right\}$$

donde α y β son las proporciones con que se utilizan los inputs, a las que hicimos referencia en el Capítulo 18.

Como las curvas isocuantas tienen forma angular, cualesquiera que sean los precios de los factores, esto es, la inclinación de las rectas isocoste, la elección óptima del productor no se verá afectada. Por tanto, las funciones de demanda derivadas o condicionadas de ambos inputs no dependerán del precio de estos últimos, tan sólo del nivel de output.

Es evidente que si ambos inputs se emplean en la proporción exacta, sin que exista exceso de ninguno de ellos, debe satisfacerse la siguiente igualdad:

$$y = x_1/\alpha = x_2/\beta$$

Por consiguiente, las funciones de demanda condicionadas o derivadas de los factores serán: $x_1 = \alpha y$; $x_2 = \beta y$.

Sean w_1 y w_2 los precios de los factores. La función de costes se obtiene de forma inmediata a partir de las funciones de demanda condicionadas o derivadas de los factores:

$$C = w_1 x_1 + w_2 x_2 = (w_1 \alpha + w_2 \beta) y$$

En el texto aparece un caso particular de esta expresión, cuando $\alpha = \beta = 1$.

b) Tecnología de factores sustitutivos perfectos. Consideremos la función de producción más general que la que aparece en el libro de texto: $y = ax_1 + bx_2$. A ella también hicimos referencia en el capítulo 18.

Para obtener la función de costes debemos obtener previamente las funciones de demanda condicionadas o derivadas de los factores productivos. Para ello debemos estudiar la elección óptima del productor dados los precios de los inputs w_1 y w_2 .

La relación técnica de sustitución para esta función de producción es:

$$|RTS| = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\partial y / \partial x_1}{\partial y / \partial x_2} = \frac{a}{b}$$

Evidentemente, las isocuantas son líneas rectas cuya pendiente en valor absoluto es a/b .

Por consiguiente, la elección óptima del productor, al igual que ocurría con la elección óptima del consumidor para los bienes sustitutivos perfectos, será una solución de esquina: el punto en que la recta

isocoste de menor nivel, cuya pendiente en valor absoluto es w_1/w_2 , toca a la isocuanta correspondiente al nivel de producción de que se trate. Se pueden dar entonces varios casos:

- Si $w_1/w_2 < a/b$. En este caso, las rectas isocoste son más horizontales que las isocuantas. Por tanto, la elección óptima del productor será tal que empleará sólo el factor 1 cualquiera que fuere el nivel de producción. Efectivamente, dado un nivel de producción, es decir, elegida una isocuanta, la recta isocoste de menor nivel coincidirá con la isocuanta en el eje de abscisas, donde se representan las cantidades empleadas del factor 1. Por tanto, no se empleará el factor 2. En consecuencia, la función de demanda condicionada o derivada del segundo factor será $x_2=0$.

Entonces a partir de la función de producción resulta: $y=ax_1$. De ahí que la función de demanda condicionada o derivada del primer factor sea: $x_1=y/a$. Y la función de costes:

$$C=w_1x_1+w_2x_2=w_1y/a.$$

- Si $w_1/w_2 > a/b$. En este caso, las rectas isocoste tienen mayor inclinación que las isocuantas. Por tanto, la elección óptima del productor será tal que empleará sólo el factor 2 cualquiera que fuere el nivel de producción. A esta conclusión se llega por un razonamiento semejante.

Como $x_1=0$, la función de demanda condicionada o derivada del segundo factor será: $x_2=y/b$. Y la función de costes resultante:

$$C=w_1x_1+w_2x_2=w_2y/b$$

- Si $w_1/w_2 = a/b$. En este caso, las rectas isocoste y las isocuantas tienen la misma pendiente. Por tanto, la elección óptima del productor será cualquier punto de la isocuanta, es decir, cualquier combinación de los factores 1 y 2 que satisfaga la condición $y=ax_1+bx_2$.

4. Epígrafe 20.2, último párrafo. Dados los precios de los factores, supongamos que los costes mínimos necesarios para obtener un determinado volumen de output sean: $w_1^t x_1^t + w_2^t x_2^t$.

Por consiguiente, cualquier otra combinación de inputs que permita obtener ese mismo volumen de output debe arrojar costes no inferiores:

$$w_1^t x_1^t + w_2^t x_2^t \leq w_1^s x_1^s + w_2^s x_2^s$$

Si el precio de todos o alguno de los factores productivos crece puede suceder que la combinación de inputs (x_1^t, x_2^t) deje de ser óptima, pero lo que sí es cierto es que cualquiera que fuere la nueva combinación de inputs elegida, el coste de producción de ese volumen de output no puede ser nunca menor que el primitivo. En general, será mayor.

Esto es debido a que el coste de producción correspondiente tanto a la combinación de inputs (x_1^t, x_2^t) como a cualquier otra (x_1^s, x_2^s) crece al aumentar el precio de algún factor productivo del que se emplea una cantidad positiva.

5. Epígrafe 20.4. Note el lector que para obtener las funciones de costes a corto y largo plazo lo que obtiene el autor previamente son las funciones de demanda condicionadas o derivadas de los factores productivos a corto y largo plazo. A partir de aquí, la deducción de las respectivas funciones de costes es inmediata.
6. *Apéndice.* El autor obtiene la función de costes correspondiente a una función de producción Cobb-Douglas. Suponiendo constantes los precios de los factores, aquella puede expresarse dependiendo únicamente del nivel de producción del siguiente modo:

$$c(y) = Ny^{\frac{1}{a+b}}$$

La función del coste medio se obtiene de forma inmediata:

$$CMe(y) = \frac{c(y)}{y} = Ny^{-1+\frac{1}{a+b}}$$

Ahora es más fácil estudiar el comportamiento de los costes al aumentar la escala de producción según el tipo de rendimientos a escala que prevalezcan.

- a) $a+b=1$. *Rendimientos constantes a escala.* En este caso, el coste medio es constante, es decir, la función del coste medio es independiente del nivel de output:

$$CMe(y) = N$$

Por consiguiente, podemos decir que el coste de producción crece proporcionalmente con el nivel de output:

$$c(y) = Ny$$

- b) $a+b<1$. *Rendimientos decrecientes a escala.* En este caso, el coste medio es una función creciente del nivel de output:

$$CMe(y) = Ny^\alpha \quad \alpha = -1 + \frac{1}{a+b} > 0$$

Por consiguiente, podemos decir que el coste de producción crece más que proporcionalmente con el nivel de output.

- c) $a+b>1$. *Rendimientos crecientes a escala*. En este caso, el coste medio es una función decreciente del nivel de output:

$$CMe(y) = \frac{N}{y^{-\alpha}} \quad - \alpha > 0$$

Por consiguiente, podemos decir que el coste de producción crece menos que proporcionalmente con el nivel de output.

PREGUNTAS DE TEST

20.1. Dados dos factores productivos x_1 y x_2 , si representamos el primero en el eje de abscisas y el segundo en el eje de ordenadas, entonces la pendiente de la recta isocoste es:

- a) $-w_2/w_1$.
- b) C/w_1 .
- c) $-w_1/w_2$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

20.2. Si las isocuantas poseen una curvatura regular, la solución óptima (interior) del problema de la minimización de costes para un determinado nivel de output exige el cumplimiento de la siguiente condición:

- a) $PM_1/PM_2 = w_1/w_2$.
- b) $PM_1/PM_2 = -w_1/w_2$.
- c) $PM_2/PM_1 = w_1/w_2$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

20.3. En el problema de la minimización del coste de producción para un determinado nivel de output, la condición de tangencia entre la curva isocuanta y la recta isocoste de menor nivel se expresa del siguiente modo:

- a) $PM_1/PM_2 = w_1/w_2$.
- b) $PM_1/PM_2 = -w_1/w_2$.
- c) $PM_2/PM_1 = w_1/w_2$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

20.4. La expresión $PM_1/w_1=PM_2/w_2$ se conoce con el nombre de:

- a) Ley de las productividades marginales ponderadas.
- b) Ley de la igualdad de las productividades ponderadas.

- c) Ley de la igualdad de las productividades marginales ponderadas.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

20.5. La solución del problema de la minimización del coste de producción permite obtener:

- a) Las funciones de demanda derivadas o condicionadas de los factores.
- b) La función de oferta del producto.
- c) Las funciones de demanda de los factores.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

Explicación: Las funciones de demanda de los factores y de oferta del producto se obtienen a partir de la solución del problema de la maximización del beneficio, estudiado en el capítulo anterior. Tales funciones de demanda dependen del precio del producto y no del nivel de output.

20.6. Las funciones de demanda derivadas o condicionadas de los factores dependen:

- a) De los precios de los factores y del precio del output.
- b) De los precios de los factores y del nivel de output.
- c) De los precios de los factores únicamente.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

20.7. Dada la función de producción $y = \min\left\{\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right\}$. Las funciones de demanda condicionadas o

derivadas de ambos factores son:

- a) $x_1 = \beta y$ $x_2 = \alpha y$.
- b) $x_1 = w_1 y$ $x_2 = w_2 y$.
- c) $x_1 = \alpha w_1 y$ $x_2 = \beta w_2 y$.
- d) $x_1 = \alpha y$ $x_2 = \beta y$.

RESPUESTA: d.

20.8. Sean w_1 y w_2 los precios de los factores. La función de costes correspondiente a la función de

producción $y = \min\left\{\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right\}$ es:

- a) $c = (\beta w_1 + \alpha w_2)y$.
- b) $c = (\alpha w_1 + \beta w_2)y$.
- c) $c = (\alpha w_2 + \beta w_1)y$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

20.9. Dada la función de producción $y = ax_1 + bx_2$. Las funciones de demanda condicionadas o derivadas de ambos factores son:

- a) Cuando $w_1/w_2 > a/b \rightarrow x_1=0 \quad x_2=y/b$.
- b) Cuando $w_1/w_2 > a/b \rightarrow x_1=y/a \quad x_2=0$.
- c) Cuando $w_1/w_2 > a/b \rightarrow x_1=y/a \quad x_2=y/b$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

20.10. Sean w_1 y w_2 los precios de los factores. La función de costes correspondiente a la función de producción $y = ax_1 + bx_2$ es:

- a) Cuando $w_1/w_2 < a/b \rightarrow c = w_2 y / b$.
- b) Cuando $w_1/w_2 < a/b \rightarrow c = w_1 y / a$.
- c) Cuando $w_1/w_2 < a/b \rightarrow c = w_2 y / a$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

20.11. Sean w_1 y w_2 los precios de los factores. Dada la función de producción $y = x_1^a x_2^b$. La función de demanda condicionada o derivada del primer factor es:

- a) $x_1 = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{b}{a+b}} w_1^{\frac{-b}{a+b}} w_2^{\frac{b}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}$.
- b) $x_1 = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{b}{a+b}} w_1^{\frac{b}{a+b}} w_2^{\frac{b}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}$.
- c) $x_1 = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{b}{a+b}} w_1^{\frac{-b}{a+b}} w_2^{\frac{a}{a+b}} y^{\frac{b}{a+b}}$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

20.12. Sean w_1 y w_2 los precios de los factores. La función de costes correspondiente a la función de producción $y = x_1^a x_2^b$ es:

- a) $c = \left[\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{b}{a+b}} + \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{a}{a+b}} \right] w_1^{\frac{a}{a+b}} w_2^{\frac{b}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}$.
- b) $c = \left[\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{b}{a+b}} + \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{-a}{a+b}} \right] w_1^{\frac{b}{a+b}} w_2^{\frac{a}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}$.
- c) $c = \left[\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{b}{a+b}} + \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{-a}{a+b}} \right] w_1^{\frac{a}{a+b}} w_2^{\frac{b}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}$.

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

20.13. La pendiente de la función de demanda condicionada o derivada del primer factor, cuando el nivel de producción y el precio del segundo factor no se alteran, es:

a) No-positiva.

b) Positiva.

c) No-negativa.

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

Explicación: Teniendo en cuenta la minimización revelada del coste, la pendiente no puede ser nunca positiva, debe ser negativa o nula. En general, negativa.

20.14. Si sube el precio de algún input los costes mínimos para obtener un determinado volumen de producción nunca pueden disminuir.

a) Verdadero.

b) Falso.

RESPUESTA: a.

20.15. Si los rendimientos son constantes a escala, la función de coste medio en relación con el nivel de output es:

a) Decreciente.

b) Creciente.

c) Constante.

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

20.16. Si los rendimientos son decrecientes a escala, la función de coste medio en relación con el nivel de output es:

a) Decreciente.

b) Creciente.

c) Constante.

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

20.17. Si los rendimientos son crecientes a escala, la función de coste medio en relación con el nivel de output es:

a) Decreciente.

b) Creciente.

c) Constante.

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

20.18. Dados los precios de los factores, los costes a corto y largo plazo correspondientes a un determinado volumen de output coinciden, si y sólo si la cantidad existente del factor fijo a corto plazo es igual a la cantidad que el productor demandaría a largo plazo como factor variable.

a) Verdadero.

b) Falso.

RESPUESTA: a.

20.19. Los costes cuasifijos varían con el nivel de producción cuando éste es positivo.

a) Verdadero.

b) Falso.

RESPUESTA: b.

20.20. Los costes cuasifijos son positivos cuando no se produce nada.

a) Verdadero.

b) Falso.

RESPUESTA: b.

20.21. A corto plazo, los costes fijos son positivos cuando no se produce nada.

a) Verdadero.

b) Falso.

RESPUESTA: a.

COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO

1. Problema 1. El problema de la maximización del beneficio conlleva la obtención del proceso productivo (la combinación de inputs) y el nivel de output para los cuales el beneficio es máximo, dados los precios del producto y de los factores.

Puesto que el beneficio es máximo, entonces el coste de producción *correspondiente a ese volumen de output* alcanza su mínimo; porque si no fuera así, siempre podría encontrarse otro proceso productivo (otra combinación de inputs) que permitiendo obtener ese mismo volumen de output conllevara un coste de producción menor. En tal caso, el beneficio no sería máximo, en contra de lo que hemos supuesto.

Ahora bien, si consideramos un nivel de producción inferior al nivel de output maximizador del beneficio, el coste de producción sería normalmente menor, en ningún caso mayor.

Por este motivo, *siempre que hablemos de la minimización del coste de producción hay que establecer el nivel de output al que nos estamos refiriendo*; en cambio, cuando hablamos de maximización del beneficio el nivel de output se encuentra determinado implícitamente.

2. Problema 2. Evidentemente no se cumple la ley de la igualdad de las productividades marginales ponderadas. Por consiguiente, la combinación de inputs elegida no puede ser nunca la elección óptima del productor, es decir, nunca permitirá obtener el volumen de producción de que se trate incurriendo en los costes mínimos.

En este caso, la productividad marginal ponderada del factor 1 es mayor que la del factor 2; ello quiere decir que la última unidad monetaria gastada en la adquisición de una determinada cantidad del factor 1 da lugar a una productividad marginal mayor que la última unidad monetaria gastada en la adquisición de una determinada cantidad del factor 2. Por consiguiente, siempre podemos reducir los costes de producción del nivel de output en cuestión aumentando la utilización del primer factor y reduciendo la del segundo.

Otra forma de razonar sería la siguiente. Puesto que se cumple

$$\frac{PM_1}{w_1} > \frac{PM_2}{w_2}$$

podemos describir esta expresión del siguiente modo:

$$|RTS| = \frac{PM_1}{PM_2} > \frac{w_1}{w_2}$$

Para que tenga lugar la minimización del coste de producción, la RTS en valor absoluto ha de ser igual al cociente de los precios de los factores. Por consiguiente, la RTS debe disminuir en valor absoluto para que se dé esta igualdad, lo cual sólo podrá conseguirse si aumenta la cantidad empleada del primer factor.

Puesto que estamos minimizando el coste de producción correspondiente a la obtención de un determinado nivel de output, es decir, que nos estamos moviendo a lo largo de una determinada curva isocuanta; en estas circunstancias forzosamente debe disminuir la cantidad empleada del segundo factor, dado que la tecnología que estamos manejando es monótona (las curvas isocuantas son decrecientes).

3. Problema 3. Obviamente se está refiriendo a una función de producción correspondiente a factores sustitutivos perfectos de la forma $y=x_1+x_2$, que es un caso particular de la manejada por nosotros en el punto 3 de Aclaraciones y Comentarios al capítulo. En este caso particular $a=b=1$, por tanto, $|RTS|=1$.

Está considerando el caso en que ambos factores tienen el mismo precio, por consiguiente se cumplirá: $w_1/w_2=1=|RTS|$. Es decir, las rectas isocoste y las isocuantas tienen la misma pendiente. Por consiguiente, la elección óptima del productor será cualquier punto de la isocuanta, es decir, cualquier combinación de inputs que satisfaga la condición: $y=x_1+x_2$.

CAPÍTULO 21

LAS CURVAS DE COSTES

Este capítulo se exige íntegramente en el examen.

ACLARACIONES Y COMENTARIOS

1. Página 371, antepenúltimo párrafo. La afirmación de que el coste marginal de la primera cantidad pequeña de producción es igual a su coste variable medio aparece demostrada en el apéndice.
2. Página 371, penúltimo párrafo y siguientes. Para demostrar las afirmaciones que se hacen a lo largo de tales párrafos procedamos a estudiar la variación de los costes variables medios con el nivel de output.

Basta recordar que $CVMe(y) = \frac{c_v(y)}{y}$; $CM(y) = \frac{dc_v(y)}{dy}$. Por tanto, tendremos:

$$\frac{dCVMe(y)}{dy} = \frac{d}{dy} \left(\frac{c_v(y)}{y} \right) = \frac{yCM(y) - c_v(y)}{y^2} = \frac{CM(y) - CVMe(y)}{y}$$

Considerando que el nivel de output es positivo, el signo de la variación del coste variable medio con el nivel de output se determina del siguiente modo:

$$dCVMe(y)/dy=0 \quad \Leftrightarrow \quad CM(y)=CVMe(y)$$

$$dCVMe(y)/dy>0 \quad \Leftrightarrow \quad CM(y)>CVMe(y)$$

$$dCVMe(y)/dy<0 \quad \Leftrightarrow \quad CM(y)<CVMe(y)$$

Es decir, los costes variables medios serán constantes si y sólo si el coste marginal es igual al coste variable medio. Los costes variables medios serán crecientes, si y sólo si el coste marginal es mayor que el coste variable medio. Los costes variables medios serán decrecientes, si y sólo si el coste marginal es inferior al coste variable medio.

En consecuencia, los costes marginales y los costes variables medios coinciden cuando estos últimos alcanzan su mínimo: $\frac{dCVMe(y)}{dy} = 0$. En otras palabras, la curva de costes marginales corta a la curva

de costes variables medios en su punto mínimo.

Mediante un razonamiento semejante podemos estudiar ahora el comportamiento de los costes medios con el nivel de output. Basta recordar que

$$CMe(y) = \frac{c(y)}{y} \quad CM(y) = \frac{dc(y)}{dy}$$

Por tanto, tendremos:

$$\frac{dCMe(y)}{dy} = \frac{d}{dy} \left(\frac{c(y)}{y} \right) = \frac{yCM(y) - c(y)}{y^2} = \frac{CM(y) - CMe(y)}{y}$$

Considerando que el nivel de output es positivo, el signo de la variación del coste medio con el nivel de output se determina del siguiente modo:

$$dCMe(y)/dy=0 \quad \Leftrightarrow \quad CM(y)=CMe(y)$$

$$dCMe(y)/dy>0 \quad \Leftrightarrow \quad CM(y)>CMe(y)$$

$$dCMe(y)/dy<0 \quad \Leftrightarrow \quad CM(y)<CMe(y)$$

Es decir, los costes medios serán constantes si y sólo si el coste marginal es igual al coste medio. Los costes medios serán crecientes, si y sólo si el coste marginal es mayor que el coste medio. Los costes medios serán decrecientes, si y sólo si el coste marginal es inferior al coste medio.

En consecuencia, los costes marginales y los costes medios coinciden cuando estos últimos alcanzan su mínimo: $\frac{dCMe(y)}{dy} = 0$. En otras palabras, la curva de costes marginales corta a la curva de costes medios en su punto mínimo.

3. Página 374, obtención de los costes marginales. Dada la función de costes $c(y) = y^2 + 1$, basta calcular la derivada respecto de y :

$$CM(y) = \frac{dc(y)}{dy} = 2y$$

4. Página 377, final de la página y Figura 21.6. El nivel de producción y^* en el que los costes a corto y largo plazo coinciden, dado un tamaño de la planta, recibe el nombre de *volumen de producción típico* correspondiente a ese tamaño de la planta.

Lógicamente, también habrá una coincidencia para ese volumen de producción típico entre los costes medios a corto y largo plazo.

Asimismo, por lo que el autor explica en el epígrafe 21.6, para ese volumen de producción típico también habrá coincidencia entre los costes marginales a corto y largo plazo.

5. Figura 21.10. El nivel de producción correspondiente al mínimo de la curva del coste medio a largo plazo, donde esta última corta a la curva del coste marginal a largo plazo, recibe el nombre de *dimensión óptima de la empresa*. El autor denomina a este nivel de producción *escala mínima eficiente* en el epígrafe 24.7.

El tamaño de la planta correspondiente que permite alcanzar la dimensión óptima de la empresa recibe el nombre de *tamaño óptimo de la planta*. De forma que el nivel de producción que minimiza el coste medio a largo plazo es a su vez el volumen de producción típico correspondiente al tamaño óptimo de la planta. Por ello, en ese punto, el coste medio a largo plazo coincide con el coste medio a corto plazo correspondiente a la dimensión óptima de la empresa. A su vez, también coincide con el mínimo coste medio a corto plazo asociado al tamaño óptimo de la planta, como puede apreciarse en la Figura 21.7.

Hay que resaltar, pues, que cuando nos movemos en el corto plazo, es decir, dado un tamaño de la planta determinado, cualquier alteración en el nivel de producción conlleva lógicamente una alteración en el grado de utilización de la capacidad productiva instalada.

En cambio, cuando nos movemos en el largo plazo, cualquier alteración en el nivel de producción obliga normalmente a modificar el tamaño de la planta.

En el largo plazo, por tanto, seleccionamos la capacidad productiva a instalar, esto es, el tamaño de la planta. En cambio, en el corto plazo elegimos el nivel de utilización de la capacidad productiva ya instalada.

PREGUNTAS DE TEST

21.1. A medida que crece el nivel de output, el coste fijo medio:

- a) Crece.
- b) Decrece.
- c) Permanece constante.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

21.2. A medida que crece el nivel de output, a corto plazo el coste variable medio es siempre decreciente.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: A corto plazo existen factores fijos, por tanto, tarde o temprano el coste variable medio crecerá a medida que aumenta el nivel de output.

21.3. A medida que crece el nivel de output, a corto plazo el coste medio es siempre creciente.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

Explicación: El coste medio es la suma del coste fijo medio y el coste variable medio. El primero es siempre decreciente y el segundo decrece en un primer momento para posteriormente crecer a medida que aumenta el nivel de output. Por tanto, el coste medio a corto plazo es decreciente en un primer momento. De ahí que la curva de coste medio tenga forma de U.

21.4. A medida que crece el nivel de output, los costes variables medios son crecientes si y sólo si el coste marginal es:

- a) Creciente.
- b) Constante.
- c) Menor que el coste variable medio.
- d) Mayor que el coste variable medio.

RESPUESTA: d.

21.5. A medida que crece el nivel de output, los costes variables medios son constantes si y sólo si el coste marginal es:

- a) Constante.
- b) Decreciente.
- c) Igual al coste variable medio.
- d) Menor que el coste variable medio.

RESPUESTA: c.

21.6. Dada una curva de costes variables medios en forma de U, cuando el coste variable medio alcanza su mínimo entonces coincide con el coste marginal.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

21.7. A medida que crece el nivel de output, los costes medios son decrecientes si y sólo si el coste marginal es:

- a) Decreciente.
- b) Constante.
- c) Menor que el coste medio.
- d) Mayor que el coste medio.

RESPUESTA: c.

21.8. A medida que crece el nivel de output, los costes medios son constantes si y sólo si el coste marginal es:

- a) Constante.
- b) Decreciente.
- c) Igual al coste medio.

d) Menor que el coste medio.

RESPUESTA: c.

21.9. Dada una curva de costes medios en forma de U, cuando el coste medio alcanza su mínimo entonces coincide con el coste marginal.

a) Verdadero.

b) Falso.

RESPUESTA: a.

21.10. El área situada debajo de la curva de costes marginales, comprendida entre cero y un determinado nivel de output y^* , es:

a) El coste correspondiente al nivel de output y^* .

b) El coste variable correspondiente al nivel de output y^* .

c) El coste medio correspondiente al nivel de output y^* .

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

21.11. Dada la función de costes $c(y) = 4y^2 + 2y + 4$, la curva del coste marginal es:

a) $CM(y)=8y+7$.

b) $CM(y)=4y+2$.

c) $CM(y)=8y^2+2$.

d) $CM(y)=8y+2$.

RESPUESTA: d.

Explicación: El coste marginal es la derivada de la función de costes respecto del nivel de output:

$CM(y)=dc(y)/dy$.

21.12. Dada la función de costes $c(y) = 4y^2 + 2y + 4$, la curva del coste variable medio es:

a) $CVMe(y)=8y+2$.

b) $CVMe(y)=4y+2$.

c) $CVMe(y) = 4y + 2 + \frac{4}{y}$.

d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

21.13. Dada la función de costes $c(y) = 4y^2 + 2y + 4$, el coste medio alcanza su mínimo cuando:

a) $y=2$.

b) $y=4$.

c) $y=5$.

d) $y=1$.

RESPUESTA: d.

Explicación: En primer lugar, la curva del coste medio es:

$$CMe(y) = 4y + 2 + \frac{4}{y}$$

El mínimo tiene lugar cuando el coste marginal es igual al coste medio:

$$8y + 2 = 4y + 2 + \frac{4}{y}$$

O bien cuando la derivada de la curva del coste medio es igual a cero:

$$\frac{dCMe(y)}{dy} = 4 - \frac{4}{y^2} = 0$$

21.14. Dado un tamaño de la planta, los costes a largo plazo para obtener un determinado nivel de output son siempre mayores que los costes a corto plazo.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

21.15. Dado un tamaño de la planta, los costes medios a corto plazo y a largo plazo coinciden:

- a) Cuando estamos considerando el volumen de producción típico correspondiente a ese tamaño de la planta.
- b) Para cualquier nivel de producción.
- c) No coinciden en ningún caso.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

21.16. La curva de costes medios a largo plazo es la envolvente de las curvas de costes medios a corto plazo correspondientes a cada tamaño de la planta considerado.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

21.17. La curva de costes marginales a largo plazo está constituida por los costes marginales a corto plazo para los diferentes volúmenes de producción típicos correspondientes a los distintos tamaños de la planta considerados.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

Explicación: Para el volumen de producción típico correspondiente a un determinado tamaño de la planta los costes marginales a corto y largo plazo coinciden.

21.18. El nivel de producción para el cual el coste medio a largo plazo es mínimo recibe el nombre de:

- a) Tamaño óptimo de la planta.
- b) Dimensión óptima de la empresa o escala mínima eficiente.
- c) No tiene nombre específico.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

21.19. El tamaño de la planta cuyo volumen de producción típico se corresponde con la dimensión óptima de la empresa recibe el nombre de:

- a) Tamaño óptimo de la planta.
- b) Escala mínima eficiente.
- c) No tiene nombre específico.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

21.20. Señale la respuesta incorrecta. La dimensión óptima de la empresa o escala mínima eficiente es el volumen de producción tal que:

- a) El coste medio de producción a largo plazo es mínimo.
- b) El coste medio de producción a corto plazo correspondiente al tamaño óptimo de la planta es mínimo.
- c) Se trata del volumen de producción típico correspondiente al tamaño óptimo de la planta, donde ambos tipos de costes medios coinciden.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: d.

COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO

1. Problema 1. Los costes totales medios nunca pueden ser inferiores a los costes variables medios, dado que a estos últimos hay que sumarles los costes fijos medios para obtener los primeros.

Aunque los costes marginales fueran decrecientes, es suficiente con que sean mayores que los costes medios para que estos últimos sean crecientes, tal como demostramos con anterioridad en el punto 2 de Aclaraciones y Comentarios al capítulo.

2. Problema 3. Basta observar la Figura 21.6 para dar una contestación. Cuando los costes medios a largo plazo son decrecientes, el volumen de producción típico para un tamaño de la planta es inferior al nivel de output correspondiente al coste medio mínimo a corto plazo para ese tamaño de la planta. Es decir, el

volumen de producción en el que coinciden las curvas de costes medios a largo plazo y a corto plazo se sitúa a la izquierda del mínimo de la curva de costes medios a corto plazo que corresponde a ese tamaño de la planta. Por consiguiente, cuando los costes medios a largo plazo son decrecientes, para cada tamaño de la planta los costes medios a largo plazo deben ser superiores a los costes medios mínimos a corto plazo.

Algo parecido sucedería si los costes medios a largo plazo fueran crecientes, como puede observarse en la parte derecha de la Figura 21.7. Con la diferencia de que ahora el volumen de producción típico se situaría a la derecha del nivel de output correspondiente al mínimo de los costes medios a corto plazo para cada tamaño de la planta.

En cambio, si los costes medios a largo plazo fueran constantes (representados gráficamente mediante una línea recta horizontal), la coincidencia sería total entre los costes medios a largo plazo y los costes medios mínimos a corto plazo para cada tamaño de la planta. El lector puede comprobarlo dibujando la figura correspondiente.

APÉNDICE

El contenido de este apéndice no es materia de examen. Lo que se pretende es obtener la curva del coste variable medio, parcialmente representada en la Figura 21.1B, así como la curva del coste marginal; a partir del comportamiento, respectivamente, de las productividades media y marginal del factor variable, cuya representación gráfica aparece en el apéndice del capítulo 18 de la presente Guía Didáctica.

Partamos de la función de producción a corto plazo, donde el segundo factor es fijo:

$$y = f(x_1, \bar{x}_2) = f(x)$$

El coste de producción, dados los precios de los factores w_1 y w_2 , será:

$$C = w_1 X_1 + w_2 \bar{X}_2$$

El primer término del segundo miembro es el coste variable y el segundo término el coste fijo.

Obtengamos el coste variable medio:

$$CVMe = \frac{w_1 X_1}{y} = \frac{w_1}{y / x_1} = \frac{w_1}{PMe_1}$$

Como es obvio, resulta ser igual al precio del factor variable dividido por la productividad media de este factor.

Por consiguiente, cuando la productividad media del factor variable es creciente, el coste variable medio será decreciente. Cuando aquélla es decreciente, este último será creciente. Y cuando la productividad

media del factor variable alcanza su máximo, precisamente en el óptimo técnico, el coste variable medio alcanzará su mínimo.

Obtengamos el coste marginal:

$$CM = \frac{dc}{dy} = \frac{dc_v}{dy} = \frac{w_1 dx_1}{dy} = \frac{w_1}{dy / dx_1} = \frac{w_1}{PM_1}$$

Como es obvio, resulta ser igual al precio del factor variable dividido por la productividad marginal de este factor.

La interpretación que puede hacerse es semejante a la del párrafo anterior. Lo único que hay que añadir es que cuando la productividad marginal se anula, precisamente en el máximo técnico, el coste marginal tiende a infinito.

Por otra parte, el coste marginal es igual al coste variable medio cuando las productividades marginal y media del factor variable coinciden, esto es, cuando el nivel de producción es cero o bien cuando estamos situados en el óptimo técnico. De ahí que la curva del coste marginal debe cortar a la curva del coste variable medio en su punto mínimo.

Además, cuando la productividad marginal es mayor que la productividad media del factor variable (antes de alcanzar el óptimo técnico), el coste marginal es inferior al coste variable medio, por este motivo este último es decreciente. Y cuando la productividad marginal es menor que la productividad media del factor variable (a partir del óptimo técnico), el coste marginal es mayor que el coste variable medio, por este motivo este último es creciente.

A partir de la curva del coste variable medio es muy fácil obtener la curva del coste medio, pues habría que sumar a la primera el coste fijo medio, el cual es siempre decreciente a medida que aumenta el nivel de producción. Por este motivo, la curva del coste medio es una versión desplazada verticalmente de la curva del coste variable medio, siendo este desplazamiento menor cuanto mayor es el nivel de producción.

Por todo lo anterior, la representación gráfica de las tres curvas que venimos comentando se corresponde con la Figura 21.2 del libro de texto.

A partir de la curva del coste marginal es muy fácil inferir la forma que adopta la curva del coste variable (Figura 21.1 del presente apéndice).

Efectivamente, el coste de producción es la suma del coste variable más el coste fijo:

$$C(y) = CV(y) + CF$$

Por tanto, el coste marginal no es más que la primera derivada de la curva del coste variable, dado que el coste fijo no depende del nivel de producción:

$$CM(y) = \frac{d\alpha(y)}{dy} = \frac{dCV(y)}{dy}$$

En primer lugar, el coste variable es cero cuando el nivel de producción es cero. Por tanto, la curva del coste variable parte del origen de coordenadas.

Como el coste marginal es siempre positivo, el coste variable siempre será creciente a medida que aumenta el nivel de output. Además, como el coste marginal disminuye hasta alcanzar un mínimo para luego crecer, la curva del coste variable será en un primer momento cóncava (segunda derivada negativa) y posteriormente convexa (segunda derivada positiva). El punto **A** se corresponde con el mínimo de la curva del coste marginal y es precisamente el punto de inflexión de la curva del coste variable (segunda derivada nula).

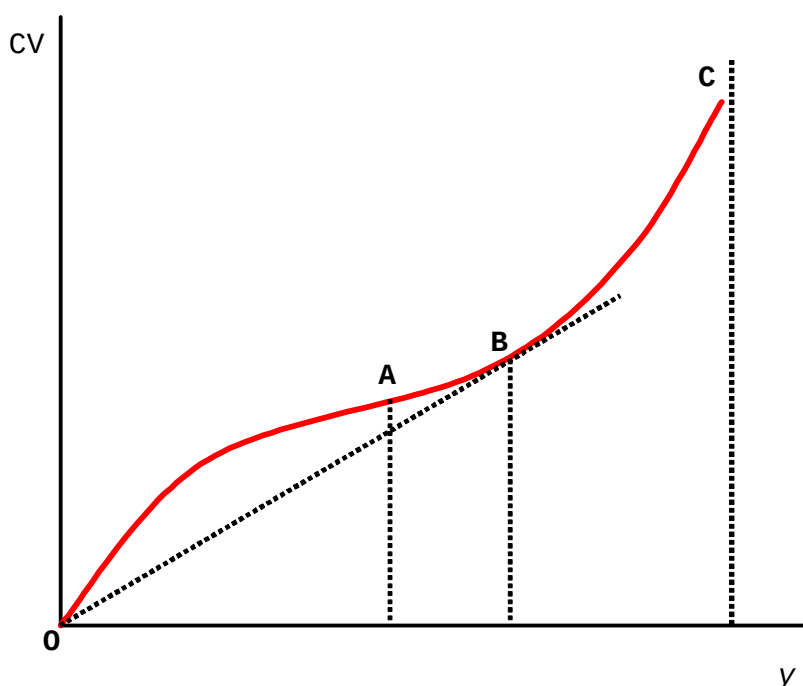


Figura 21.1. La curva del coste variable a corto plazo

La pendiente del rayo vector que partiendo del origen de coordenadas toca a la curva del coste variable no es más que el coste variable medio, el cual alcanza su mínimo en el punto **B**, que es precisamente el óptimo técnico, donde el coste marginal y el coste variable medio coinciden.

Por otra parte, en el punto **C** el coste marginal tiende a infinito (se trata del máximo técnico), por este motivo la curva del coste variable se hace completamente vertical.

Como es obvio, la curva del coste total no es más que una versión desplazada verticalmente de la curva del coste variable, puesto que para cada nivel de producción hay que sumar a este último el coste fijo para obtener el primero.

CAPÍTULO 22

LA OFERTA DE LA EMPRESA

Este capítulo se exige íntegramente en el examen, junto con el epígrafe 14.9. El excedente del productor. Se elimina el problema 6.

ACLARACIONES Y COMENTARIOS

1. Epígrafe 22.4, tercer párrafo. Cuando dice que el fenómeno del "bien Giffen" no puede darse en el caso de las curvas de oferta, se está refiriendo a que es imposible que a corto plazo, en el contexto de la competencia perfecta, existan curvas de oferta con pendiente negativa. Dado que a corto plazo una curva decreciente de costes marginales es imposible que pueda ser la curva de oferta de una empresa competitiva maximizadora del beneficio.
2. Epígrafe 22.5. Dentro de la curva de oferta a corto plazo de una empresa competitiva, el nivel de output y_m en el que se cumple la condición $p = CVMe(y_m)$ recibe el nombre de *Mínimo de la explotación*. Se trata, como ya sabemos, del punto mínimo de la curva del coste variable medio, donde coincide con la curva de costes marginales de la empresa.

y_m es el volumen de producción mínimo que una empresa competitiva es capaz de lanzar al mercado a corto plazo. En ese punto el precio del producto cubre exactamente el coste variable medio correspondiente al volumen de producción y_m . De ahí que al productor le dé igual producir y_m o cerrar. Por debajo de ese volumen de producción se cumple la condición de cierre: $p < CVMe(y)$ para $y < y_m$.

Dentro de la curva de oferta a corto plazo de una empresa competitiva, el nivel de output y_o en el que se cumple la condición $p = CMe(y_o)$ recibe el nombre de *Óptimo de la explotación*. Se trata, como ya sabemos, del punto mínimo de la curva del coste medio, donde coincide con la curva de costes marginales de la empresa.

3. Epígrafes 14.9 y 22.7. *El excedente del productor*. Tal como se define en el epígrafe 14.9, el excedente del productor correspondiente al precio p^* es el área situada a la izquierda, esto es, encima de la curva de oferta. Basta fijarse en la Figura 14.6 A. Es la diferencia entre los ingresos realmente percibidos por el productor (p^*x^*) menos el área situada debajo de la curva de oferta, esto es, los ingresos mínimos que estaría dispuesto a percibir el productor por ofrecer una cantidad de producto igual a x^* . Así se explica en el citado epígrafe.

Centremos ahora nuestra atención en el epígrafe 22.7 y relacionemos el excedente del productor con los costes variables y los beneficios.

Sabemos que una empresa perfectamente competitiva estará dispuesta a ofrecer una determinada cantidad de producto si percibe como ingresos al menos una cantidad de dinero tal que le permita cubrir los costes variables en los que incurre. Por tanto, los costes variables son los ingresos mínimos que estaría dispuesto a percibir el productor por ofrecer una determinada cantidad de producto. De ahí que la definición de excedente del productor sean los ingresos menos los costes variables (Figura 22.5 A).

Por otra parte, los ingresos menos los costes variables no son más que los beneficios del productor más los costes fijos.

Con todo esto, quedan aclaradas las afirmaciones vertidas en el libro de texto al principio del epígrafe 22.7.

Sabemos también que el área situada debajo de la curva de costes marginales son los costes variables (Figura 21.3). Por consiguiente, los ingresos percibidos por el productor menos los costes variables deben ser el área situada encima (a la izquierda) de la curva de costes marginales (Figura 22.5 B), es decir, el excedente del productor.

La tercera forma de medir el excedente del productor (Figura 22.5 C) se basa estrictamente en la curva de oferta a corto plazo de una empresa competitiva: la curva de costes marginales por encima de la curva del coste variable medio. El excedente del productor correspondiente al volumen de producción y es el área situada encima (a la izquierda) de la curva de oferta, esto es, $R+T$.

4. Epígrafe 22.8. El nivel de producción y^* en el que los costes marginales a corto y largo plazo coinciden, es el volumen de producción típico correspondiente al tamaño de la planta que a corto plazo estemos considerando, tal como vimos en el capítulo anterior.
5. Epígrafe 22.9. Sabemos que cuando los costes medios son constantes la primera derivada de estos últimos es igual a cero $\left(\frac{dCM\bar{c}(y)}{dy} = 0\right)$. Como vimos en el capítulo anterior, en este caso los costes medios coinciden con los marginales. El que los costes medios sean constantes a largo plazo indica que la tecnología posee rendimientos constantes a escala, como se vio en el Capítulo 20.
6. **Apéndice.** La condición de primer orden para la maximización del beneficio es que la primera derivada de la función de beneficios $py-c(y)$ sea igual a cero: $p-c'(y)=0$. Es decir, el precio ha de ser igual al coste marginal $p=CM(y)$.

La condición de segundo orden para la maximización del beneficio es que la segunda derivada de la función de beneficios sea:

- a) Negativa. $-c''(y)<0$ si exigimos que sólo puede existir un nivel de output maximizador de beneficios. Esto es, $c''(y)>0$. Si la segunda derivada de la función de costes es positiva, eso quiere decir

que la primera derivada debe ser creciente. En otras palabras, la curva de costes marginales ha de ser creciente.

- b) No-positiva. $-c''(y) \leq 0$ si admitimos que puede haber más de un nivel de output maximizador de beneficios. Esto es, $c''(y) \geq 0$. La curva de costes marginales no puede ser decreciente. Esto es lo que aparece expuesto en el libro de texto.

PREGUNTAS DE TEST

22.1. Señale la respuesta incorrecta. En un mercado competitivo:

- a) Las empresas son precio-aceptantes.
- b) Una empresa puede vender la cantidad que desee al precio de mercado.
- c) Cada una de las empresas supone que el precio de mercado es independiente de su propio nivel de producción.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: d.

22.2. Señale la respuesta incorrecta. En un mercado competitivo, la empresa:

- a) No vende nada a un precio superior al del mercado.
- b) Vende todo lo que quiere al precio de mercado.
- c) Acapara toda la demanda del mercado si vende a un precio inferior al que fija el mercado.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: d.

22.3. En un mercado competitivo, la curva de demanda a la que se enfrenta una empresa coincide con la curva de demanda del mercado.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: b.

22.4. En un mercado competitivo, puesto que ninguna empresa puede influir en el precio de mercado, la relación entre el ingreso marginal (IMa) correspondiente a una determinada empresa y el precio de mercado (p) es la siguiente:

- a) $p > \text{IMa}$.
- b) $p < \text{IMa}$.
- c) $p = \text{IMa}$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

22.5. Para que una empresa competitiva sea maximizadora del beneficio debe cumplirse necesariamente la siguiente condición:

- a) Precio igual a coste marginal.
- b) Precio mayor que el coste marginal.
- c) Precio menor que el coste marginal.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: a.

22.6. La "condición de cierre" de una empresa es:

- a) $p > CVMe(y)$.
- b) $p = CVMe(y)$.
- c) $p < CVMe(y)$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

Explicación: La "condición de cierre" establece que los costes variables medios deben ser superiores al precio de mercado, para que a la empresa le interese producir cero unidades. Si el precio es igual al coste variable medio, a la empresa le resulta indiferente producir una cantidad positiva o cerrar (Mínimo de la Explotación).

22.7. La curva de oferta a corto plazo de una empresa competitiva es la curva de costes marginales a corto plazo en su tramo ascendente situado por encima de la curva del coste variable medio.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

22.8. El "Mínimo de la Explotación" y_m se caracteriza por:

- a) $p > CVMe(y_m)$.
- b) $p = CVMe(y_m)$.
- c) $p < CVMe(y_m)$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

22.9. El "Óptimo de la Explotación" y_o se caracteriza por:

- a) $p > CMe(y_o)$.
- b) $p = CMe(y_o)$.
- c) $p < CMe(y_o)$.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

22.10. Para un determinado nivel de producción y^* se define el excedente del productor como:

- a) Los ingresos más los costes variables.
- b) Los beneficios más los costes fijos.
- c) Los beneficios menos los costes fijos.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: b.

22.11. A corto plazo, la variación del excedente del productor entre dos niveles de producción coincide con:

- a) La variación de los costes variables.
- b) La variación de los costes fijos.
- c) La variación de los beneficios.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESPUESTA: c.

22.12. La curva de oferta a largo plazo de una empresa competitiva es la curva de costes marginales a largo plazo situada por encima de la curva del coste medio a largo plazo.

- a) Verdadero.
- b) Falso.

RESPUESTA: a.

COMENTARIO DE LOS PROBLEMAS DEL FINAL DEL CAPÍTULO

1. Problema 1. La curva inversa de oferta es $p = CM(y) = \frac{d\alpha(y)}{dy} = 20y$.

2. Problema 2. Se minimiza cuando $CMe(y)=CM(y)$. A partir de aquí basta seguir la respuesta que figura en el texto.

También puede procederse del siguiente modo:

$$CMe(y) = \frac{\alpha(y)}{y} = 10y + \frac{1000}{y}$$

Alcanza su mínimo cuando su primera derivada es igual a cero:

$$\frac{dCMe(y)}{dy} = 10 - \frac{1000}{y^2} = 0$$

De donde se obtiene $y^*=10$.

3. Problema 3. La curva de oferta puede escribirse: $y=100+20p$. Basta despejar ahora p para obtener la curva inversa de oferta.

4. Problema 4. Sabemos que la variación de los beneficios coincide con la variación del excedente del productor. Para calcular esta última hay que tomar como referencia la Figura 14.6 B: $p'=10$, por tanto $x'=40$; $p''=20$, por tanto $x''=80$.

La variación del excedente del productor es el área del trapecio cuyas bases son x' y x'' y cuya altura es $(p''-p')$: $(x'+x'')(p''-p')/2$. El resultado es 600.

5. Problema 5. La curva de oferta a largo plazo es la curva de costes marginales a largo plazo situada por encima de la curva de costes medios.

$$CM(y) = \frac{d\alpha(y)}{dy} = 2y \quad CMe(y) = \frac{\alpha(y)}{y} = y + \frac{1}{y}$$

La curva inversa de oferta en un principio será: $p=CM(y)=2y$.

La curva de costes marginales sabemos que corta a la curva de costes medios en su punto mínimo, en ese punto los costes marginales son iguales a los costes medios: $2y = y + \frac{1}{y}$. De donde se obtiene $y^*=1$; por tanto, $p^*=2$.

Por consiguiente, la curva oferta a largo plazo de la empresa debe ser $y=p/2$ cuando $p \geq 2$, $y=0$ cuando $p \leq 2$, tal como se obtiene en el libro de texto.

6. Problema 9. Si los costes variables medios son superiores al precio de mercado estaríamos situados en niveles de producción inferiores al Mínimo de la Explotación. Por consiguiente, se cumple la condición de cierre de la empresa, de forma que ésta a corto plazo no producirá nada.

APÉNDICE MATEMÁTICO

ACLARACIONES Y COMENTARIOS

1. Epígrafe A.8. La pendiente de la función $y=x^2$ es igual a $2x$. Sólo cuando $x=1$ la pendiente es igual a 2. Tal como aparece en el libro de texto (Figura A.2 B).

La función $c = a_1x_1 + a_2x_2$ puede escribirse del siguiente modo:

$$x_2 = \frac{c}{a_2} - \frac{a_1}{a_2} x_1$$

Por consiguiente, la pendiente de esta función es $-a_1/a_2$.

2. Epígrafe A.14. La optimización. La condición de segundo orden de un máximo, tal como aparece en el texto, es: $\frac{d^2f(x^*)}{dx^2} \leq 0$. Esto es debido a que el autor admite la posibilidad de que en el entorno de punto x^* pueda haber varios puntos que constituyan un máximo de la función en cuestión.

Si exigiéramos que en el entorno del punto x^* el máximo fuera único, la condición de segundo orden sería: $\frac{d^2f(x^*)}{dx^2} < 0$. La función debe ser cóncava en ese punto. Es la condición a la que estamos habituados.

Otro tanto puede decirse de la condición de segundo orden para obtener un mínimo en una función de una variable.

ERRATAS OBSERVADAS EN LA 5ª EDICIÓN

Capítulo 3

- Página 38, epígrafe 3.3, segundo párrafo. Donde dice iguales que la (x_1, x_2) , debe decir indiferentes a la (x_1, x_2) .
- Página 38, Figura 3.1. Donde dice Curvas de indiferencia, debe decir Curva de indiferencia.

Capítulo 4

- Página 64, última línea. Donde dice **Cobb-Dooglas**, debe decir **Cobb-Douglas**.
- Página 66, primera expresión matemática. Donde pone $v(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$, debe poner $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$.

Capítulo 5

- Página 77, Figura 5.2. Donde dice Un punto óptimo, debe decir El punto óptimo.
- Página 81, Figura 5.5. Donde pone $x_2^* = m / p_1$, debe poner $x_1^* = m / p_1$. Donde pone **sustantivos perfectos**, debe poner **sustitutivos perfectos**.
- Página 84, párrafo anterior al epígrafe 5.4. Donde dice la fracción de la renta en el bien 1, debe decir la fracción de la renta gastada en el bien 1.
- Página 86, párrafo anterior al epígrafe 5.5. Donde dice las proporciones de renta eran relativamente constantes, debe decir las proporciones de gasto eran relativamente constantes.
- Página 95. Donde pone **Ejemplo: Funciones de demanda Cobb-Dooglas**, debe poner **Ejemplo: Funciones de demanda Cobb-Douglas**.

Capítulo 6

- Página 110, Figura 6.12A. Donde dice Curvas de oferta-precio, debe decir, Curva de oferta-precio.
- Página 115, epígrafe 6.8, segundo párrafo. Donde dice **función inversa de demanda**, debe decir **curva inversa de demanda**.
- Página 118, párrafo anterior a la última fórmula matemática. Donde dice Despejando x_1 , debe decir Despejando x_2 .

Capítulo 7

- Página 124, segundo párrafo. Donde dice permite utilizar las selecciones observadas, debe decir permite utilizar las elecciones observadas.
- Página 130, párrafo anterior al epígrafe 7.6. Donde dice haber elegido la observación 2, debe decir haber elegido la cesta 2.
- Página 137, Figura 7.6. Donde dice Presupuesto del período base, debe decir Recta presupuestaria del período base. Donde aparece la palabra “indicación” por tres veces, debe aparecer la palabra “indiciación”.

Capítulo 8

- Página 142, párrafo anterior a la Figura 8.2. Donde dice para la receta presupuestaria pivotada, debe decir para la recta presupuestaria pivotada.
- Página 148, epígrafe 8.5. Donde pone $x_1(p'_1, m') - x_1(p'_1, m')$, debe poner $x_1(p'_1, m') - x_1(p'_1, m)$.

Donde aparece $\Delta x_1^s + \Delta x_1^m$, debe aparecer $\Delta x_1^s - \Delta x_1^m$.

Donde aparece $\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + \frac{\Delta x_1^m}{\Delta p_1}$, debe aparecer $\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta p_1}$.

- Página 150, último párrafo. Donde dice un desplazamiento de la renta no altera, debe decir una variación de la renta no altera.
- Página 151, Figura 8.4. Donde dice **Los complementos perfectos**, debe decir **Los complementarios perfectos**.

Capítulo 9

- Página 167. Figura 9.4. En el eje de abscisas pone X_2^* y debe poner X_1^* .
- Página 171, segundo párrafo. Donde pone nos dice cómo varía la demanda, debe poner nos dice cómo varía la renta.

Capítulo 14

- Página 252, hacia la mitad de la página. Donde pone $v(6) - v(5) = r_6 > p$, debe poner $v(6) - v(5) = r_6 \geq p$.
- Página 257. Figura 14.3. Eje de ordenadas, donde pone p' debe poner p'' ; y donde pone p'' debe poner p' .

- Página 263. Figura 14.6B. Donde pone Variación del excedente del producto, debe poner Variación del excedente del productor.

Capítulo 15

- Página 270. Epígrafe 15.2. Donde dice **función inversa de demanda**, debe decir **curva inversa de demanda**.
- Página 271. **Ejemplo: Cómo se suman ...**, primer párrafo. Donde dice Cuál es la función de demanda del mercado, debe decir Cuál es la curva de demanda del mercado. Donde dice entendemos por funciones de demanda “lineales”, debe decir entendemos por curvas de demanda “lineales”.
- En la página 273 (última fórmula), donde pone

$$\varepsilon = \frac{\Delta q / p}{\Delta p / p}$$

debe poner

$$\varepsilon = \frac{\Delta q / q}{\Delta p / p}$$

- En la página 274 (primera fórmula), donde pone

$$\varepsilon = \frac{p \Delta q}{q \Delta q}$$

debe poner

$$\varepsilon = \frac{p \Delta q}{q \Delta p}$$

- Página 275, epígrafe 15.6, segundo párrafo. Donde dice sensibilidad de la cantidad demandada al precio, debe decir sensibilidad de la cantidad demandada a la variación del precio.
- Página 278, última fórmula matemática. Donde pone $\frac{\Delta R}{\Delta q}$, debe poner $\frac{\Delta R}{\Delta p}$.
- Página 280, epígrafe 15.9, primer párrafo. Donde dice varía la cantidad de un bien, debe decir varía la cantidad demandada de un bien.
- Página 285. Resumen, punto 4. Donde dice sensibilidad de la cantidad demandada al precio, debe decir sensibilidad de la cantidad demandada a la variación del precio.
- Página 286, Apéndice, segunda expresión matemática. Donde aparece $\varepsilon A P^{\varepsilon-1}$, debe aparecer $\varepsilon A p^{\varepsilon-1}$.
- Página 708, 15.3. Debe aparecer $R(p)$ en lugar de $I(p)$.

Capítulo 18

- Página 324, epígrafe 18.2, tercer párrafo. Donde dice volumen de producción y con una cantidad, “y” debe aparecer en cursiva, dado que es el nivel de output.
- Página 325, epígrafe 18.3, Proporciones fijas. Donde dice mínimo de hombres y de palas, debe decir mínimo número de hombres y de palas.
- Página 333, después de la segunda expresión matemática. Donde pone $t < 1$, debe poner $t > 1$.

Capítulo 19

- Página 342, después de la primera expresión matemática. Donde dice producto marginal de un factor, debe decir producto marginal del factor 1.
- Página 348, tercer párrafo. Donde pone ecuación [18.3], debe poner ecuación [19.3].
- Página 348, última expresión matemática. Donde pone $\Delta p \Delta y > 0$, debe poner $\Delta p \Delta y \geq 0$.
- Página 350, primer párrafo. Donde dice se encuentra por debajo de la recta isobeneficios del período s y que la combinación elegido en el período s se encuentra por debajo; debe decir se encuentre por debajo de la recta isobeneficio del periodo s y que la combinación elegida en el periodo s se encuentre por debajo.

Capítulo 20

- Página 357, ecuación 20.1. En el denominador debe aparecer PM_2 en lugar de PM_1 .
- Página 358, párrafo antes del ejemplo. Donde dice cada factor *utilizaría* si quisiera, debe decir cada factor se *utilizaría* si se quisiera.
- Página 360, párrafo anterior al epígrafe 20.3. Donde dice si se encarece un bien y el precio, debe decir si se encarece un factor y el precio.
- Página 360, epígrafe 20.3, primer párrafo. Donde dice función de producción y la conducta de, debe decir función de producción y el comportamiento de.

Capítulo 21

- Página 370, párrafo anterior al epígrafe 21.2. Donde dice reducción de los costes fijos, debe decir reducción de los costes fijos medios.
- Página 371, epígrafe 21.2, primera expresión matemática. Donde aparece $\frac{\Delta cy}{\Delta y}$, debe aparecer $\frac{\Delta c(y)}{\Delta y}$.
- Página 373, epígrafe 21.3, párrafo anterior al Ejemplo. Donde dice coste marginal y representada, debe decir coste marginal representada.

- Página 374, Figura 21.3. Donde dice **costes variables medios**, debe decir **costes variables**.
- Página 377, línea anterior a la primera expresión matemática. Donde dice corto plazo evaluado en la elección, debe decir corto plazo evaluada en la elección.
- Página 381, segundo párrafo. Donde dice nivel de producción y tiene que ser igual; la "y" debe aparecer en cursiva, dado que es el nivel de output.

Capítulo 22

- Página 391, epígrafe 22.5, párrafo posterior a la última fórmula matemática. Donde dice venta de la producción y ni siquiera; la "y" debe aparecer en cursiva, dado que es el nivel de output.
- Página 393, epígrafe 22.6. Donde dice todas las empresa que actúan en la industria, debe decir, todas las empresas que actúan en la industria.
- Página 394, Figura 22.4. Bajar un poco la curva CVMe, que no toque ni corte a la curva CMe; que quede tal como aparece en la Figura 22.3.
- Página 397, Figura 22.7. Donde pone Excedente del producto, debe poner Excedente del productor.
- Página 399, Figura 22.9. En el eje de abscisas debe aparecer y en lugar de q .
- Página 401, problemas 1 y 2. Donde aparece $10y^2$ en ambas ecuaciones debe figurar un "uno" y no una "ele" en 10.