

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

(Universidad del Perú, DECANA DE AMERICA)

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS



E.A.P. DE ECONOMÍA

PRIMAL Y DUAL EN LA TEORIA DE LA EMPRESA

INTEGRANTES:

CASTILLO INCA DICK

CORONEL ALTAMIRANO VICTOR

DIAZ IMAN ROSA

ESPINOSA MORALES DARWIN

LIMA-PERU

2010

I) Mapa Mental

Maximización de beneficios

$$\text{Max}\pi = PQ - CT$$

Existen dos maneras equivalentes de desarrollarlo

PRIMAL

$$\begin{aligned} \text{Max} Q &= Q(L, K) \\ \text{S.a } CT^* - CT(w, r) &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Max} Z = Q(L, K) - \lambda(CT - wL - rK)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = PmgL - \lambda w = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial K} = PmgK - \lambda r = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} = CT - wL - rK = 0$$

DUAL

$$\begin{aligned} \text{Min} CT &= wL + rK \\ \text{S.a } Q^* - Q(L, K) &= 0 \end{aligned}$$

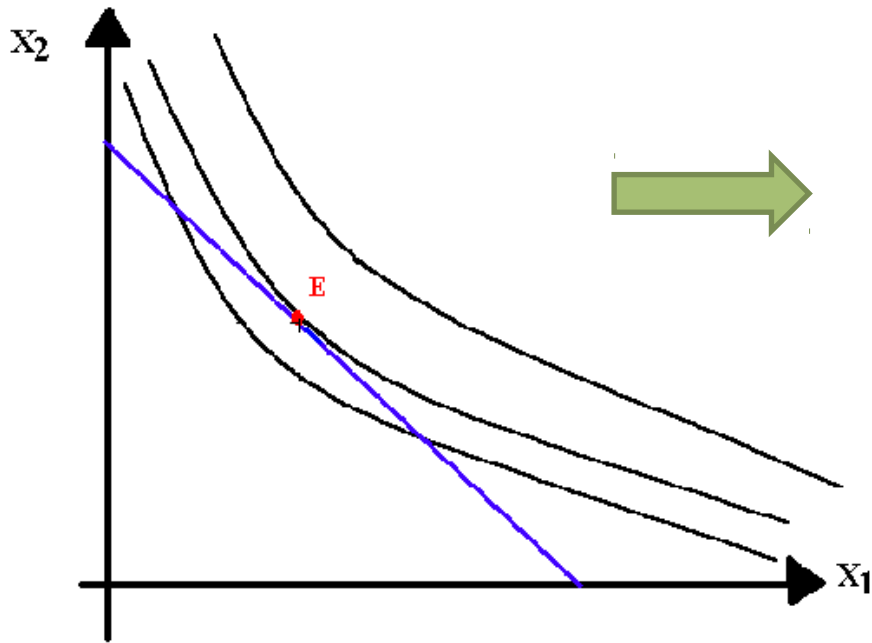
$$\text{Min} Y = wL + rK + \alpha(Q^* - Q(L, K))$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = w - \alpha PmgL = 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = r - \alpha PmgK = 0$$

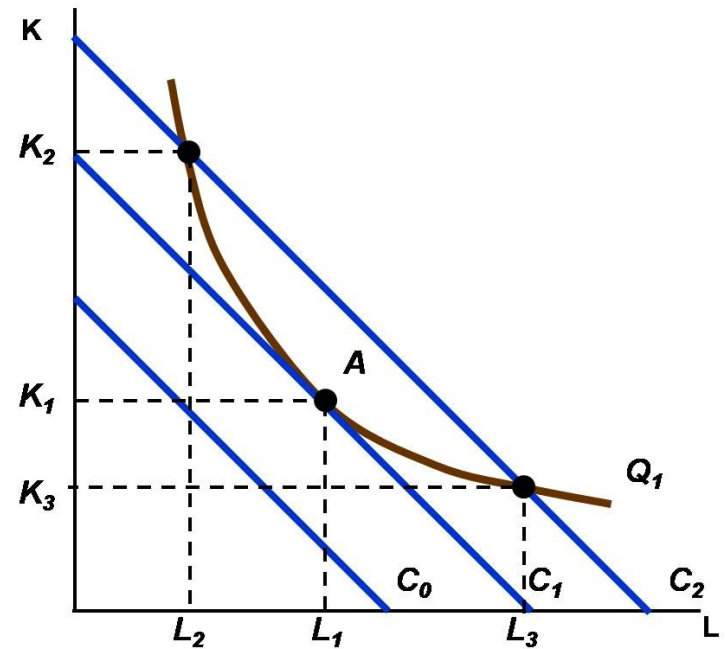
$$\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = Q^* - Q(L, K) = 0$$

$$\frac{PmgL}{PmgK} = \frac{w}{r}$$



PRIMAL

DUAL



TEORÍA DE LA EMPRESA

El conjunto de posibilidades de producción:

Las empresas poseen tecnología la cual les permite transformar ciertos factores productivos (inputs) en sus productos finales (outputs) los que luego son ofrecidos al público.

**INPUT → «EMPRESA» : TECNOLOGÍA
DE PRODUCCIÓN → OUTPUTS**

**Asumimos la presencia de “K”
BIENES:**

**TOTAL DE BIENES DE LA EMPRESA =
Inputs + outputs + “otros”**

- Definimos el vector “ z ” como el vector de factores de producción y productos de una empresa y $z = (z_1, z_2, \dots, z_k)$ donde z es subconjunto de R^K .
- Z es un “plan de producción”
- Si $z_n < 0$ es un input
- Si $z_n > 0$ es un output
- Si $z_n = 0$ representa “el otro” es decir no tiene nada que ver en el proceso productivo.

Propiedades del conjunto de posibilidades de producción:

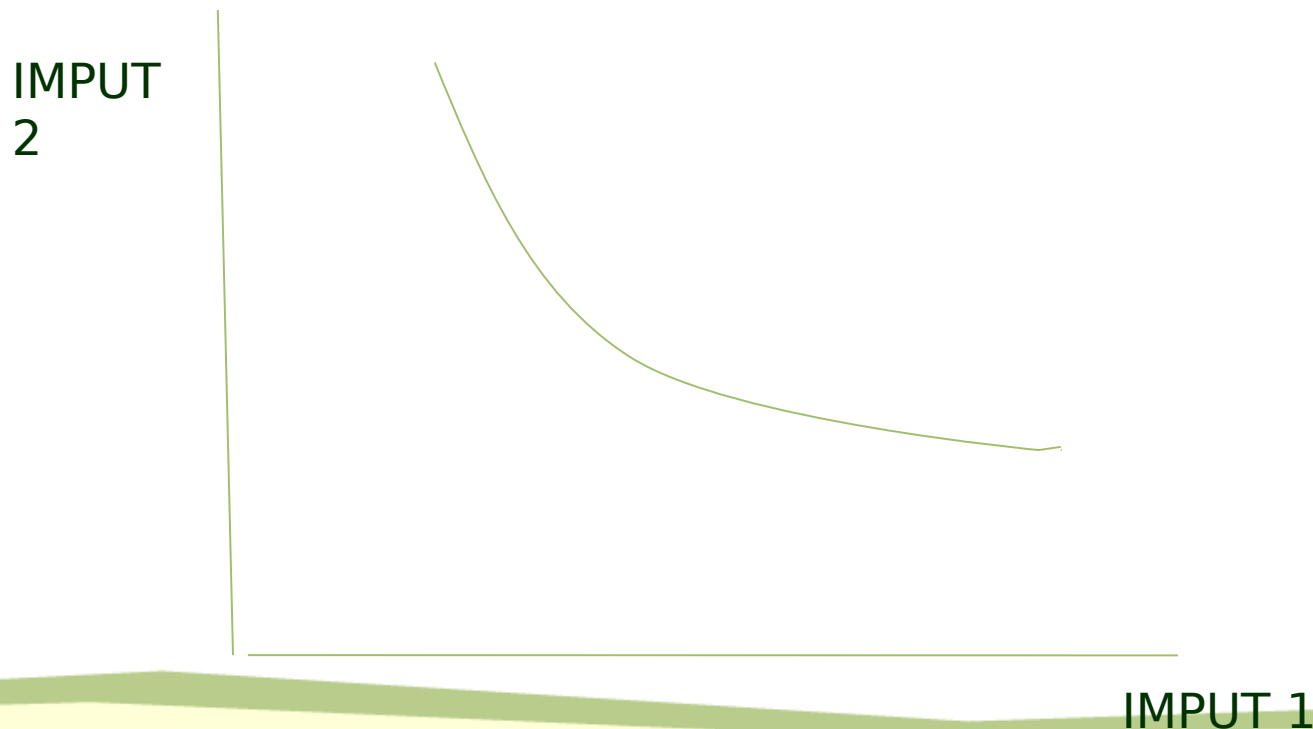
- **Z no es vacío:** El conjunto de posibilidades de producción contiene los puntos de su frontera.
- **Sin input no hay output:** No es posible producir algo de la nada.
- **Eliminación gratuita:** La empresa puede eliminar sin costo alguno las mercancías , ya sean inputs o outputs que tiene en exceso. formalmente:
 - Si $z \in Z$ y $z^* \leq z$ entonces $z^* \in Z$.

- **Posibilidad de cerrar**: Este supuesto es más conveniente a largo plazo que a corto plazo debido a que a corto plazo las posibilidades de cerrar son muy pocas las razones son las obligaciones contractuales que puede tener la empresa , este supuesto implica que el vector $0 \in Z$.

Factores de producción y productos:

- Sea $z = (z_1, \dots, z_K)$ el vector de factores productivos.
- $z_k \leq 0$ si $K = 1, \dots, N$ INPUT
- $z_k \geq 0$ si $K = N+1, \dots, N+M$ OUTPUT
- $z_k = 0$ si $K = N+M+1, \dots, K$ OTROS
- Denotamos:
- $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ vector de factores productivos
- $y = (y_1, y_2, \dots, y_M)$ vector de los productos.
- $Z = (-x_1, -x_2, \dots, -x_N, y_1, \dots, y_M, 0, \dots, 0) \in Z$

Isocuantas: Son todos los vectores de inputs que permiten producir determinado volumen de output. Es el requerimiento de factores de producción para producir el vector de productos.



- Propiedad de anidación: si $y \geq y^*$ entonces $V(y) \leq V(y^*)$
- Se necesitan más inputs para producir más outputs.
- Inclusión por arriba: Si $x \in V(y)$ y $x^* \geq x$, entonces $x^* \in V(y)$
- Convexidad

- Problema primal: maximización del producto sujeto a los costos:
- Analizando con dos bienes:
- $\text{Max } y = f(x_1, x_2)$
- $\text{Sa: } c = p_1x_1 + p_2x_2$
- $L = f(x_1, x_2) + \alpha (c - p_1x_1 - p_2x_2)$
- $\frac{\partial L}{\partial x_1} = f_1 - \alpha p_1 = 0 \rightarrow \alpha = f_1 / p_1 \dots (1)$
- $\frac{\partial L}{\partial x_2} = f_2 - \alpha p_2 = 0 \rightarrow \alpha = f_2 / p_2 \dots (2)$
- $\frac{\partial L}{\partial \alpha} = c - p_1x_1 - p_2x_2 = 0$
- $f_1/p_1 = f_2/p_2 \rightarrow$

CONDICIÓN NECESARIA

- **α : Es la productividad marginal por cada sol gastado en comprar los factores productivos**
- **Se resuelve el problema primal igualando las productividades marginales de los factores productivos.**

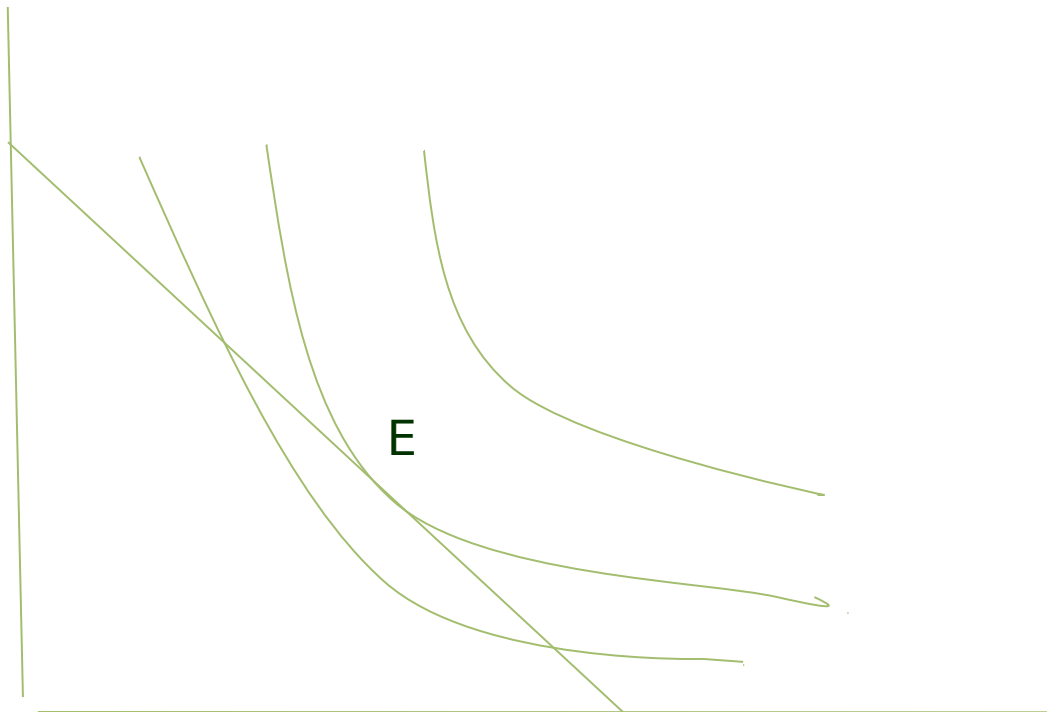
El punto de equilibrio del productor y la tasa marginal de sustitución técnica:

- Para que el productor maximice su producción sujeto a sus costos es muy importante también que la pendiente de la restricción se iguale a la pendiente de la isocuanta más alejada a alcanzar.
- $TMST = f_1/p_1 = f_2 / p_2 = - \partial x_1 / \delta x_2$

INPUT
2

E

INPUT 1



Análisis Dual de la Producción:

LA Función de Costos

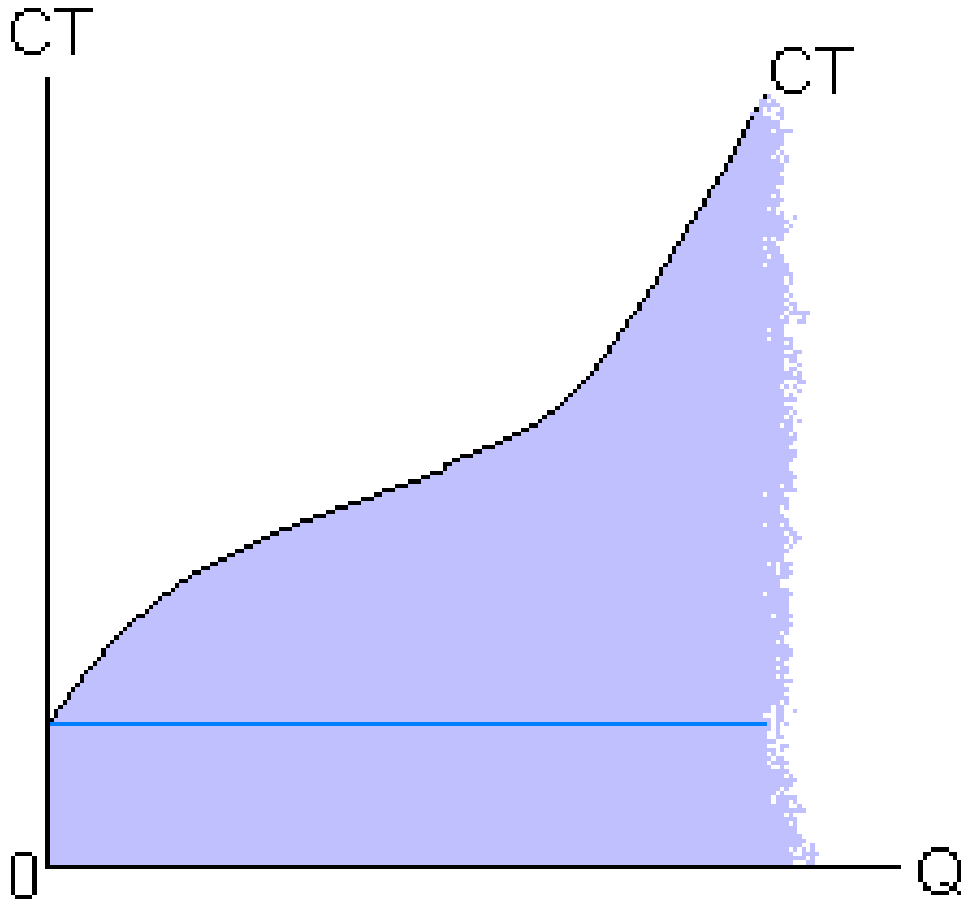
- **A) Función de costo de Corto Plazo**

Esta función nos muestra los costos mínimos de una empresa que desea producir q unidades, dado el nivel de capital fijo y los precios de los factores.

Matemáticamente es:

$$CT^{CP}(w, r, \bar{K}, Q) = wL + r\bar{K}$$

A) Función de costo de Corto Plazo

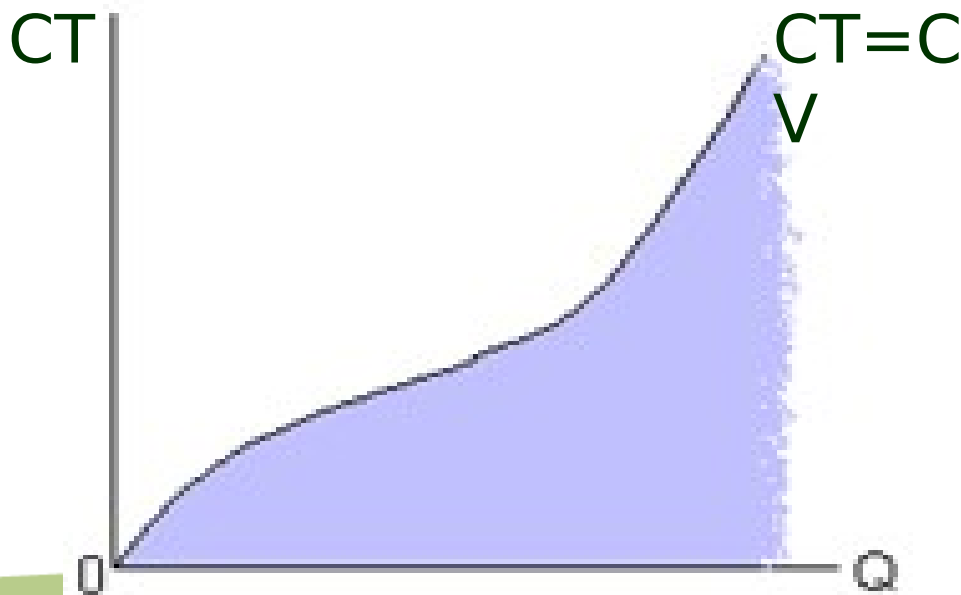


B) Función de costo de Largo Plazo

Esta función muestra los costos mínimos de una empresa cuando decide producir q unidades, dados los precios de los factores w y r .

Matemáticamente es:

$$C^{LP}(w,r,Q) = wL + rK$$



C) Propiedades de la función de costos

- CT es homogénea de grado uno en precios de factores

$$t^1 CT = CT(tw, tr, Q)$$

- CT es no decreciente en precio de factores

$$CT(w, Q) \leq CT(w, Q)$$

- Se cumple el Lema de Shephard.

Demanda condicionadas de factor trabajo

Demanda condicionadas de factor capital

$$L_D(w, r, Q) = \frac{\partial CT}{\partial w}$$

$$K_D(w, r, Q) = \frac{\partial CT}{\partial r}$$

- CT es cóncava en precio de factores

Es cóncava en precio del factor trabajo $\frac{\partial^2 CT}{\partial w^2} = \frac{\partial L_D(w, r, Q)}{\partial w} \leq 0$

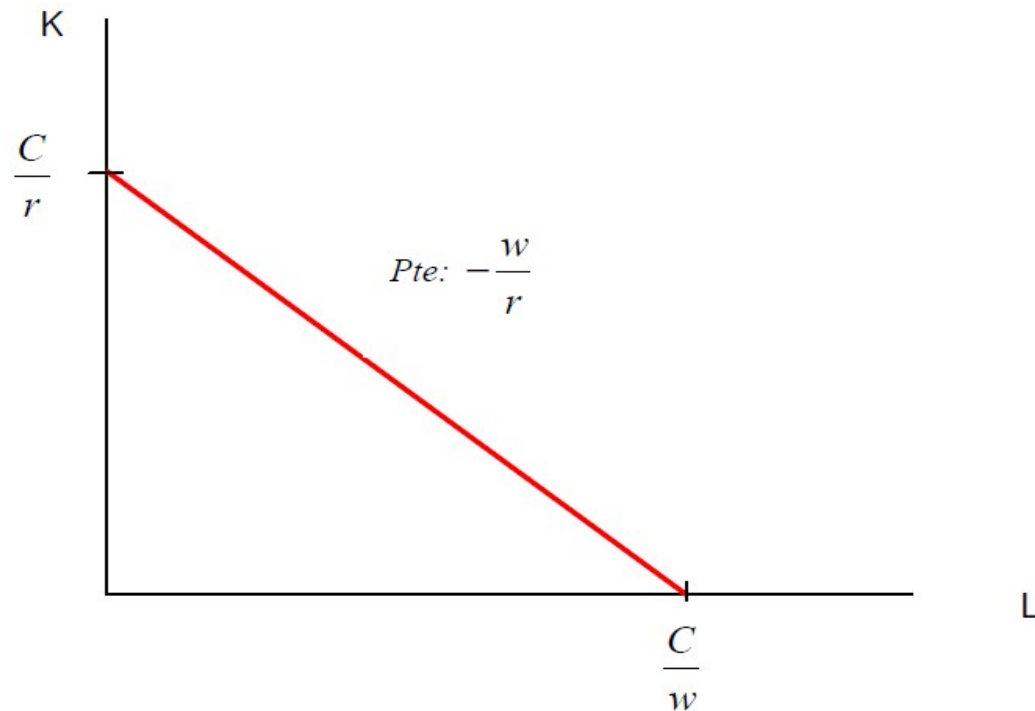
Es cóncava en precio del factor capital $\frac{\partial^2 CT}{\partial r^2} = \frac{\partial K_D(w, r, Q)}{\partial r} \leq 0$

- CT es continua en Q y precios de factores

D) Isocostos

- Los isocostos puede definirse como el conjunto de insumo L y K cuya utilización y contratación por parte de la empresa, implican para ella un costo constante.
- El precio del trabajo es w y el precio del K es r, los isocostos asociado al CT es: $CT = wL + rK$
- Podemos obtener la ecuación explícita de la recta de isocostos con solo despejar el valor de K en términos de L, como sigue:

$$K = \frac{CT}{r} - \frac{w}{r}L$$



$\frac{C}{r}$: Es la cantidad máxima que puede utilizar de K si no utiliza nada de L.

$\frac{C}{w}$: Es la cantidad máxima que puede utilizar de L si no utiliza nada de K

$-\frac{w}{r}$: Significa cuantas unidades de K debe dejar de contratar si desea incrementar en una unidad la utilización de L.

E) Minimización de Costos

$$\text{Min} Z = wL + rK \quad \text{S.a} \quad \bar{Q} = Q(L, K)$$

$$Z = wL + rK + \lambda [\bar{Q} - Q(L, K)]$$

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = w - \lambda \frac{\partial Q}{\partial L} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial K} = r - \lambda \frac{\partial Q}{\partial K} = 0$$

$$\frac{w}{\text{PMg}L} = \frac{r}{\text{PMg}K} = \lambda \cong \text{CMg}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} = \bar{Q} - Q(L, K) = 0$$

De la 1ª y 2ª restricción obtenemos

$$L_D = L_D(w, r, Q)$$

$$K_D = K_D(w, r, Q)$$

Demandas Condicionadas de Factores

