



Escuela	Escuela Profesional de Economía
Curso	Microeconomía Avanzada
Aula	215D/209N
Actividad	Práctica Dirigida No. 1
	Teoría del Consumidor
Profesor	Econ. Guillermo Pereyra
Fecha	23 de Abril del 2010

1. Dada la función de utilidad $U = \ln X_1 + \ln X_2$

(a) Determinar la función de demanda ordinaria del bien 1

Este problema es el primal. Se trata de maximizar la utilidad sujetos a la restricción de presupuesto: $\text{Max. } U = \text{Max}(\ln X_1 + \ln X_2)$ s.a. $P_1 X_1 + P_2 X_2 = m$. Aplicando las CPO se llega a $TSC = \frac{1/X_1}{1/X_2} = \frac{X_2}{X_1}$ y $TOC = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow P_1 X_1 = P_2 X_2$ y reemplazando en la recta de presupuesto se llega a $P_1 X_1 + P_2 X_2 = 2P_1 X_1 = m \rightarrow X_1^ = \frac{m}{2P_1}$.*

(b) Determinar la función de demanda ordinaria del bien 2

Este problema es el primal. Se trata de maximizar la utilidad sujetos a la restricción de presupuesto: $\text{Max. } U = \text{Max}(\ln X_1 + \ln X_2)$ s.a. $P_1 X_1 + P_2 X_2 = m$. Aplicando las CPO se llega a $TSC = \frac{1/X_1}{1/X_2} = \frac{X_2}{X_1}$ y $TOC = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow P_1 X_1 = P_2 X_2$ y reemplazando en la recta de presupuesto se llega a $P_1 X_1 + P_2 X_2 = 2P_2 X_2 = m \rightarrow X_2^ = \frac{m}{2P_2}$.*

(c) Determinar la función de demanda compensada del bien 1

Este problema es el dual. Se trata de minimizar el gasto sujeto a la restricción de utilidad: $\text{Min } m = \text{Min}(P_1 X_1 + P_2 X_2)$ s.a. $U = \ln X_1 + \ln X_2$. Aplicando las CPO se obtiene la relación ya conocida $P_1 X_1 = P_2 X_2 \rightarrow X_2 = \frac{P_1}{P_2} X_1$, y reemplazamos en la función de utilidad para obtener $U = \ln X_1 + \ln\left(\frac{P_1}{P_2} X_1\right) = \ln X_1 + \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) + \ln X_1 = 2 \ln X_1 + \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$ y entonces $\ln X_1 = \frac{U}{2} - \frac{\ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)}{2}$ y $X_1^ = e^{U/2} \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/2} \rightarrow X_1^* = e^{U/2} \sqrt{\frac{P_2}{P_1}}$.*

(d) Determinar la función de demanda compensada del bien 2

Este problema es el dual. Se trata de minimizar el gasto sujeto a la restricción de utilidad: $\text{Min } m = \text{Min}(P_1 X_1 + P_2 X_2)$ s.a. $U = \ln X_1 + \ln X_2$. Aplicando las CPO se obtiene la relación ya conocida $P_1 X_1 = P_2 X_2 \rightarrow X_1 = \frac{P_2}{P_1} X_2$, y reemplazamos en la función de

utilidad para obtener $U = \ln X_2 + \ln\left(\frac{P_2}{P_1} X_2\right) = \ln X_2 + \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) + \ln X_2 = 2 \ln X_2 + \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$ y

entonces $\ln X_2 = \frac{U}{2} - \frac{\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)}{2}$ y $X_2^* = e^{U/2} \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/2} \rightarrow X_2^* = e^{U/2} \sqrt{\frac{P_1}{P_2}}$.

(e) Determinar la función del gasto

Para hallar la función del gasto basta con incorporar las demandas compensadas del bien 1 y del bien 2 en la recta de presupuesto, la función del gasto es $E = P_1 X_1 + P_2 X_2$, y reemplazando con las demandas compensadas $E = P_1 \left(e^{U/2} \sqrt{\frac{P_2}{P_1}}\right) + P_2 \left(e^{U/2} \sqrt{\frac{P_1}{P_2}}\right)$ y simplificando se llega a $E = 2 e^{U/2} \sqrt{P_1 P_2}$.

(f) Compruebe si las demandas ordinarias cumplen con la ley de Walras

Las demandas ordinarias de los bienes 1 y 2 que encontramos en la parte (a) son, respectivamente, $X_1^* = \frac{m}{2P_1}$ y $X_2^* = \frac{m}{2P_2}$. Reemplazamos estos resultados en la recta de presupuesto $m = P_1 \left(\frac{m}{2P_1}\right) + P_2 \left(\frac{m}{2P_2}\right) \rightarrow m = m$.

(g) Compruebe si la demanda ordinaria del bien 1 es homogénea de grado cero en precios e ingreso

La demanda ordinaria del bien 1 está dada por la función $X_1^*(P_1, P_2, m) = X_1^* = \frac{m}{2P_1}$. Si multiplicamos el ingreso y los precios en $t > 1$, entonces la demanda ordinaria del bien 1 será $X_1^*(tP_1, tP_2, tm) = X_1^* = \frac{tm}{2tP_1} = X_1^*(P_1, P_2, m)$.

(h) Compruebe si la demanda ordinaria del bien 2 es homogénea de grado cero en precios e ingreso

La demanda ordinaria del bien 2 está dada por la función $X_2^*(P_1, P_2, m) = X_2^* = \frac{m}{2P_2}$. Si multiplicamos el ingreso y los precios en $t > 1$, entonces la demanda ordinaria del bien 2 será $X_2^*(tP_1, tP_2, tm) = X_2^* = \frac{tm}{2tP_2} = X_2^*(P_1, P_2, m)$.

(i) Comprobar la agregación de Cournot en el caso del bien 1

La agregación de Cournot está dada por $\varepsilon_{1,P_1} S_1 + \varepsilon_{2,P_1} S_2 = -S_1$. S es la proporción del ingreso que se gasta en el bien. Se trata de analizar el impacto de un cambio en el precio del bien 1, sobre la demanda del bien 1 y la demanda del bien 2. Tomando la demanda

ordinaria del bien 1, $X_1^* = \frac{m}{2P_1}$, se obtiene la elasticidad precio de demanda mediante la siguiente función $\varepsilon_{1,P_1} = \frac{dX_1}{dP_1} \frac{P_1}{X_1}$ y esto nos da $\varepsilon_{1,P_1} = -1$. De otro lado tenemos la elasticidad cruzada de demanda $\varepsilon_{2,P_1} = \frac{dX_2}{dP_1} \frac{P_1}{X_2}$, y esto nos da $\varepsilon_{2,P_1} = 0$. En consecuencia, reemplazando en la agregación de Cournot para el bien 1, obtenemos $\varepsilon_{1,P_1} S_1 + \varepsilon_{2,P_1} S_2 = (-1)S_1 + (0)S_2 = -S_1$.

(j) Comprobar la agregación de Cournot en el caso del bien 2

La agregación de Cournot está dada por $\varepsilon_{2,P_2} S_2 + \varepsilon_{1,P_2} S_1 = -S_2$. S es la proporción del ingreso que se gasta en el bien. Se trata de analizar el impacto de un cambio en el precio del bien 2, sobre la demanda del bien 2 y la demanda del bien 1. Tomando la demanda ordinaria del bien 2, $X_2^* = \frac{m}{2P_2}$, se obtiene la elasticidad precio de demanda mediante la siguiente función $\varepsilon_{2,P_2} = \frac{dX_2}{dP_2} \frac{P_2}{X_2}$ y esto nos da $\varepsilon_{2,P_2} = -1$. De otro lado tenemos la elasticidad cruzada de demanda $\varepsilon_{1,P_2} = \frac{dX_1}{dP_2} \frac{P_2}{X_1}$, y esto nos da $\varepsilon_{1,P_2} = 0$. En consecuencia, reemplazando en la agregación de Cournot para el bien 2, obtenemos $\varepsilon_{2,P_2} S_2 + \varepsilon_{1,P_2} S_1 = (-1)S_2 + (0)S_1 = -S_2$.

(k) Comprobar la agregación de Engel

La agregación de Engel está dada por $\varepsilon_{1,m} S_1 + \varepsilon_{2,m} S_2 = -1$. Se trata de analizar el impacto de un cambio en el ingreso del consumidor sobre la demanda de los bienes 1 y 2. Tomando la demanda ordinaria del bien 1, $X_1^* = \frac{m}{2P_1}$, podemos estimar la elasticidad ingreso para el bien 1, $\varepsilon_{1,m} = \frac{dX_1}{dm} \frac{m}{X_1}$, y esto nos da $\varepsilon_{1,m} = 1$. Tomando la demanda ordinaria del bien 2, $X_2^* = \frac{m}{2P_2}$, podemos estimar la elasticidad ingreso para el bien 2, $\varepsilon_{2,m} = \frac{dX_2}{dm} \frac{m}{X_2}$, y esto nos da $\varepsilon_{2,m} = 1$. Y reemplazando en la agregación de Engel se obtiene $\varepsilon_{1,m} S_1 + \varepsilon_{2,m} S_2 = S_1 + S_2 = \frac{P_1 X_1}{m} + \frac{P_2 X_2}{m} = \frac{m}{m} = 1$.