



Escuela	Escuela Profesional de Ingeniería Económica
Curso	Análisis Económico I
Código	EA-351-K
Aula	Posgrado A /MS2
Actividad	Práctica Calificada No. 3 (Solucionario)
Profesor	Econ. Guillermo Pereyra
Fecha	3 de Noviembre del 2010

1. Suponga que la función de utilidad está dada por $U = X_1 + \ln X_2$. Si el conjunto presupuestario está determinado por $m=8$, $P_1=4$, $P_2=4$.

(a) Encuentre el óptimo del consumidor

La TSC, dada la función de utilidad $U = X_1 + \ln X_2$ es X_2 . Si igualamos la TSC con la TOC, 1, tenemos que $X_2=1$, es decir $X_2^*=1$. El gasto en el bien 2 es igual a 4 nuevos soles y quedan otros 4 para comprar unidades del bien 1, entonces $X_1^*=1$.

(b) Encuentre la demanda del bien 2

Igualando la TSC con la TOC, tenemos $X_2 = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow X_2^* = \frac{4}{P_2}$.

(c) Estime la VC, la VE y la ΔEC si el precio del bien 2 cae a 2.

Para determinar la VC primero vamos a determinar el nivel de utilidad en la curva de indiferencia inicial. El óptimo del consumidor es (1, 1) y la utilidad obtenida con esta combinación se obtiene mediante $U = X_1 + \ln X_2 = 1 + 0 = 1$. Como la demanda del bien 2 es independiente del ingreso, la demanda del bien 2 al nuevo precio se obtiene mediante la función de demanda

$$X_2^{**} = \frac{4}{P_2} = \frac{4}{2} = 2. \text{ Para hallar la cantidad demandada del bien 1 a los nuevos precios y}$$

manteniéndonos sobre la curva de indiferencia inicial, partimos de la función de utilidad

$U = 1 = X_1 + \ln X_2 = X_1 + \ln 2 = X_1 + 0.693 \rightarrow X_1^{} = 0.307$. En consecuencia el óptimo del consumidor a los nuevos precios y con el ingreso compensado está dado por la combinación (0.307, 2). Esta combinación se puede adquirir con un ingreso compensado igual a**

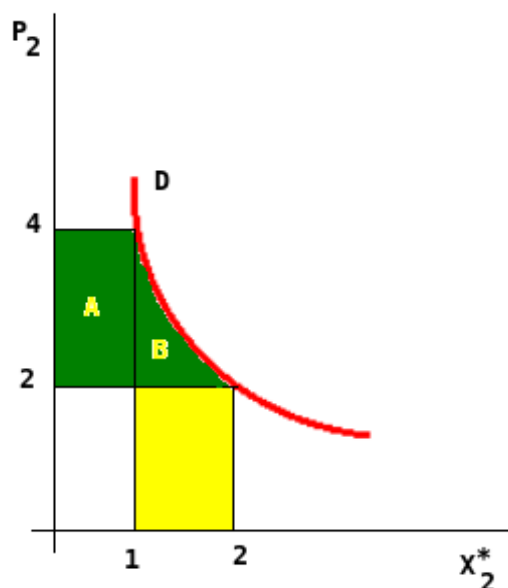
$m' = P_1 X_1^{} + P_2 X_2^{**} = 4 * 0.307 + 2 * 2 = 5.228$. En consecuencia la variación compensada es igual a $VC = m' - m = 5.228 - 8 = -2.772$.**

Para determinar la variación equivalente, primero vamos a determinar el óptimo del consumidor a los nuevos precios. La demanda del bien 2 al nuevo precio es 2 y el gasto es igual a 4. Del ingreso de 8 quedan disponibles para consumir el bien 1, 4 nuevos soles. La cantidad demandada del bien 1 es 1. El óptimo del consumidor a los nuevos precios es (1, 2) y la utilidad alcanzada se obtiene mediante

$U' = X_1 + \ln X_2 = 1 + \ln 2 = 1.693$. Con la variación equivalente se busca una combinación que genere una utilidad como de 1.693 pero enfrentando los precios iniciales. Al igualar la TSC con la TOC inicial, se obtiene que $X_2^{*} = 1$. Reemplazamos este resultado en la función de utilidad $1.693 = X_1 + \ln 1 \rightarrow X_1^{***} = 1.693$. En consecuencia, la combinación óptima a los precios iniciales y que generan la utilidad de 1.693 es (1.693, 1). El ingreso necesario para comprar esta combinación es**

$m' = P_1 X_1^{*} + P_2 X_2^{***} = 4 * 1.693 + 4 * 1 = 10.772$. En consecuencia la variación equivalente es igual a $VE = m' - m = 10.772 - 8 = +2.772$.**

Para obtener la variación del excedente del consumidor, partimos de la función de demanda del bien 2 $X_2^* = \frac{4}{P_2}$. La inversa de demanda es $P_2 = \frac{4}{X_2}$. El gráfico que sigue nos va a ayudar



al cálculo. El área verde es la variación del excedente del consumidor. Ésta área es igual a A + B. El área de A es 2. El área de B se obtiene mediante la integral de la inversa de demanda con los límites de 1 a 2, menos el área amarilla:

$$\int_1^2 \frac{4}{X_2} dX_2 - 2 = 4\ln 2 - 4\ln 1 - 2 = -4.772$$

Sumando el resultado obtenido con el área A se obtiene $\Delta EC = -2.772$.

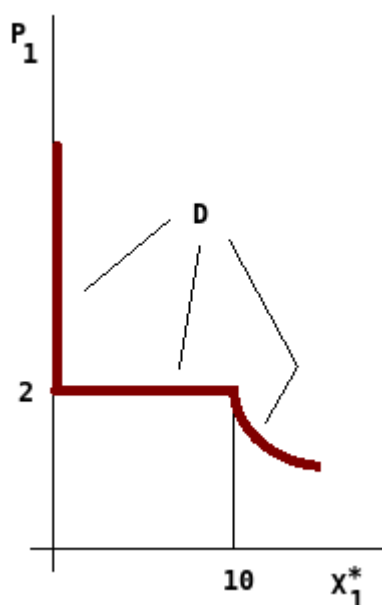
Se puede apreciar que la variación compensada, la variación equivalente y la variación del excedente del consumidor son iguales en valor absoluto.

2. Suponga que la función de utilidad está dada por $U = X_1 + 2X_2$. Si el conjunto presupuestario está determinado por $m = 20$, $P_1 = 2$, $P_2 = 4$.

(a) Encuentre el óptimo del consumidor

Los bienes 1 y 2 son sustitutos perfectos y la TSC es constante e igual a 0,5. Como la TOC es igual a 0,5 entonces el óptimo del consumidor es cualquier combinación sobre la recta de presupuesto.

(b) Encuentre la función de demanda del bien 1

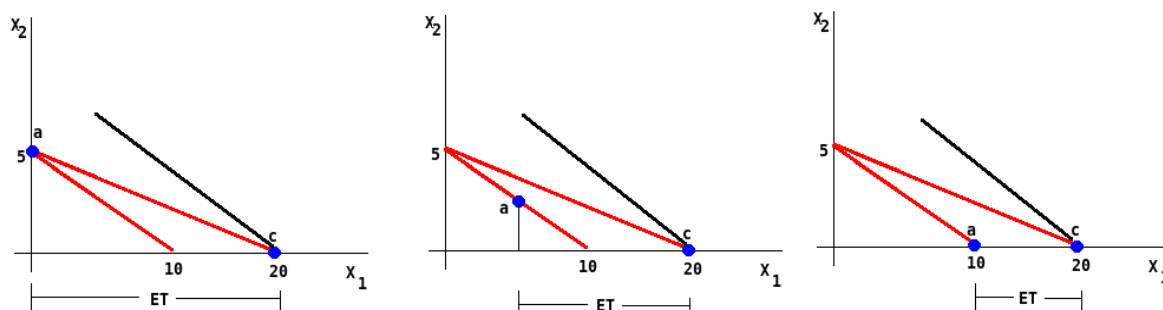


La función de utilidad es $U = X_1 + 2X_2$, el precio del bien 2 es 4, el precio del bien 1 es P_1 y el ingreso es 20. La TSC es igual a 0,5. La TOC es $P_1/4$. En consecuencia cuando el precio del bien 1 es 2 la demanda del bien 1 es cualquier cantidad entre 0 y 10. Cuando el precio del bien 1 es menor a 2, la demanda del bien 1 es $20/P_1$. Y cuando el precio del bien 1 es mayor a 2, la demanda del bien 1 es cero. El gráfico muestra la demanda del bien 1.

(c) Estime el efecto total si el precio del bien 1 cae a 1.

Si el precio del bien 2 cae a 1, la cantidad demandada pasa a ser 20. El efecto total se encuentra en un intervalo que va desde 10 (mínimo si se estaban consumiendo 10 unidades) hasta 20 (máximo si se consumiendo 0 unidades). Observe el siguiente gráfico. A la izquierda se estima el efecto

total cuando la combinación inicial es a , $(0, 5)$. En este caso el efecto total es 20. Al centro se aprecia el efecto total cuando la combinación inicial es a , cualquier combinación sobre la recta de presupuesto sin incluir los interceptos. El efecto total se encuentra en el intervalo abierto $<0, 20>$. Finalmente, en el gráfico de la derecha se estima el efecto total cuando la combinación inicial es a , $(10, 0)$. En este caso el efecto total es 10.

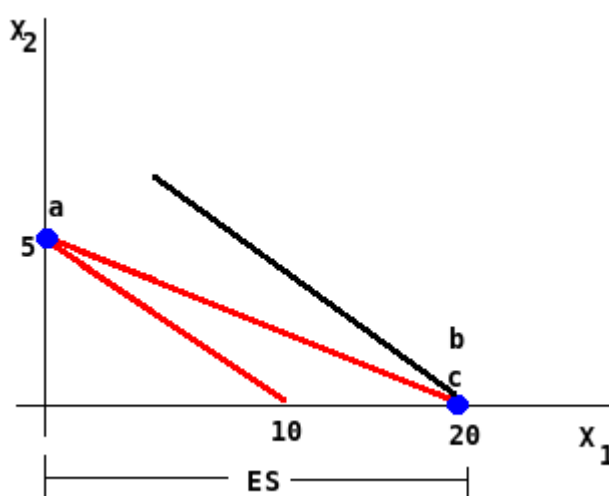


(d) Estime el efecto sustitución y el efecto ingreso a la Slutsky.

Para obtener el efecto sustitución a la Slutsky, tenemos que encontrar el ingreso necesario para comprar la combinación inicial, a , a los nuevos precios, y luego estimar el nuevo óptimo bajo este nuevo ingreso y frente a los nuevos precios. Partimos de las tres escenarios que se analizaron para estimar el efecto total. En cada uno de esos escenarios, tenemos que desplazar la recta de presupuesto final, paralelamente a sí misma, hasta alcanzar la combinación a y luego encontrar el óptimo. Éste óptimo, que llamaremos combinación b es el que nos permite estimar el efecto sustitución. La distancia horizontal entre b y a , $b-a$, es el efecto sustitución.

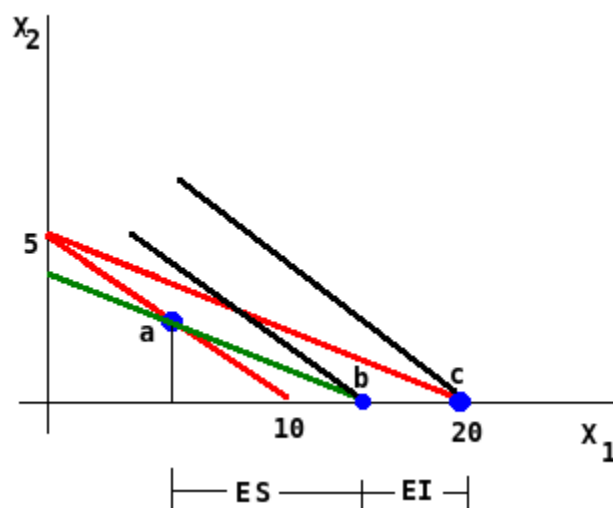
La combinación inicial, a , $(0, 5)$.

La nueva recta de presupuesto incluye la combinación inicial, y el cambio en el ingreso a la Slutsky sería cero. Pero a , a los nuevos precios y frente al nuevo ingreso (igual al anterior) deja de ser óptimo y el consumidor salta a b que es igual a c . En consecuencia, el efecto sustitución es igual al efecto total y el efecto ingreso es igual a cero.



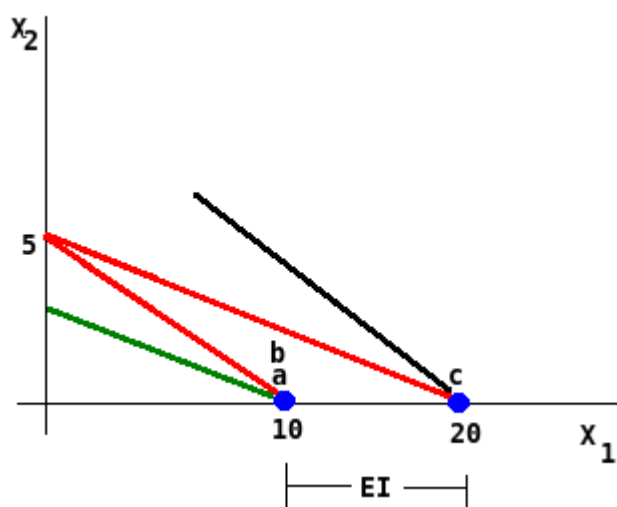
La combinación inicial, a, es cualquier combinación sobre la recta de presupuesto, sin considerar los interceptos.

En este caso sí tenemos que desplazar la nueva recta de presupuesto, paralela a sí misma, hasta llegar a la combinación a. Pero a ahora no es óptimo y el consumidor se desplaza hasta la combinación b. La distancia de a a b es el efecto sustitución. Y la distancia de b a c es el efecto ingreso. En este caso el efecto ingreso refuerza el efecto sustitución. Se puede apreciar que por a pasa la misma recta de presupuesto que por b, reflejando los nuevos precios, pero por a pasa una curva de indiferencia con menor nivel de utilidad que la que pasa por b.



La combinación inicial a, (10, 0).

En este caso también tenemos que desplazar la nueva recta de presupuesto, paralela a sí misma, hasta llegar a la combinación a y a sigue siendo óptimo. En consecuencia a es el óptimo en las condiciones iniciales y sigue siendo óptimo frente a los nuevos precios y al nuevo ingreso. Entonces a y b son la misma combinación y el efecto sustitución es nulo. En consecuencia, el efecto ingreso es igual al efecto total.

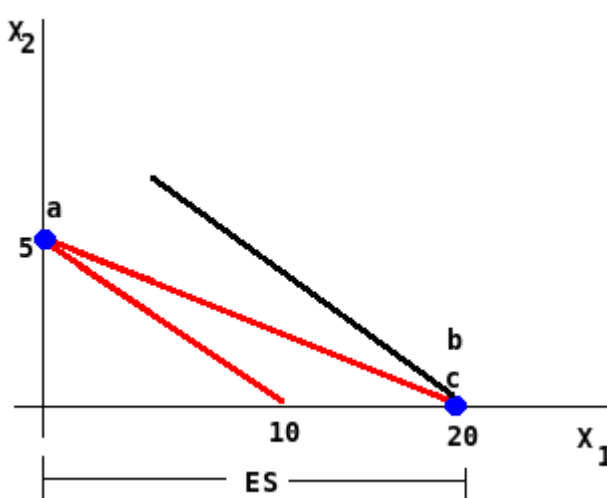


(e) Estime el efecto sustitución y el efecto ingreso a la Hicks.

Para obtener el efecto sustitución a la Hicks, tenemos que encontrar el ingreso necesario para comprar una combinación óptima sobre la curva de indiferencia inicial. Partimos de las tres escenarios que se analizaron para estimar el efecto total. En cada uno de esos escenarios, tenemos que desplazar la recta de presupuesto final, paralelamente a si misma, hasta alcanzar la curva de indiferencia inicial en una combinación óptima. Éste óptimo, que llamaremos combinación b es el que nos permite estimar el efecto sustitución. La distancia horizontal entre b y a, b-a, es el efecto sustitución.

La combinación inicial, a, (0, 5).

La nueva recta de presupuesto incluye la combinación inicial, y, en consecuencia el nivel de utilidad de la curva de indiferencia inicial. Entonces el cambio en el ingreso a la Hicks será cero. Pero a, a los nuevos precios y frente al nuevo ingreso (igual al anterior) deja de ser óptimo y el consumidor salta a b que es igual a c. En consecuencia, el efecto sustitución es igual al efecto total y el efecto ingreso es igual a cero.



La combinación inicial, a, es cualquier combinación sobre la recta de presupuesto, sin considerar los interceptos.

Este caso es igual al anterior. La recta de presupuesto con los nuevos precios toca la curva de indiferencia inicial. No hay cambio en el ingreso. El efecto sustitución es igual al efecto total y el efecto ingreso es nulo.

La combinación inicial a, (10, 0).

Este caso es igual a los anteriores. La recta de presupuesto con los nuevos precios toca la curva de indiferencia inicial. No hay cambio en el ingreso. El efecto sustitución es igual al efecto total y el efecto ingreso es nulo.

(f) ¿Cuál es la diferencia entre el ingreso a la Hicks y el ingreso a la Slutsky?

En el caso Hicks no hay cambio en el ingreso porque la recta de presupuesto final toca la curva de indiferencia inicial. En el caso de Slutsky existe cambio en el ingreso sólo cuando la combinación óptima no es el intercepto vertical.

3. Si la función de utilidad de Pedro Medario es $U = X_1 X_2^3$ y la de Carmen Tiroso $U = X_1^3 X_2$ y el conjunto presupuestario de cada uno es el mismo $m = 40$, $P_1 = 10$, $P_2 = 10$

(a) Encuentre el óptimo del Consumidor para Pedro y para Carmen

La TSC de Pedro es $TSC = \frac{X_2}{3X_1}$. Igualando con la TOC, obtenemos $\frac{X_2}{3X_1} = 1 \rightarrow X_2 = 3X_1$ y reemplazando este resultado en la recta de presupuesto $40 = 10X_1 + 10X_2 = 10X_1 + 30X_1$ y se encuentra $X_1^* = 1$ y $X_2^* = 3$. La combinación óptima de Pedro es (1, 3).

La TSC de Carmen, $TSC = \frac{3X_2}{X_1}$. Igualando con la TOC, obtenemos $\frac{3X_2}{X_1} = 1 \rightarrow X_1 = 3X_2$ y reemplazando este resultado en la recta de presupuesto $40 = 10X_1 + 10X_2 = 30X_2 + 10X_2$ y se encuentra $X_2^* = 1$ y $X_1^* = 3$. La combinación óptima de Carmen es (3, 1).

- (b) Si el precio del bien 1 sube a 15, estime la variación compensada a la Slutsky, a la Hicks y la variación del excedente del consumidor. ¿Cuál de ellas representa un menor gasto para el gobierno? ¿Por qué?

Slutsky

En el caso de Pedro, la canasta inicial es (1, 3). La variación del precio del bien 1 es +5 y el cambio en el ingreso es $\Delta M = \Delta P_1 x_1^* = +5$. Con un ingreso de 45 Pedro puede comprar la combinación (1, 3) a los nuevos precios.

En el caso de Carmen, la canasta inicial es (3, 1). La variación del precio del bien 1 es +5 y el cambio en el ingreso es $\Delta M = \Delta P_1 x_1^* = +15$. Con un ingreso de 55 Carmen puede comprar la combinación (3, 1) a los nuevos precios.

Hicks

En el caso de Pedro, la curva de indiferencia inicial le genera una utilidad de $U = X_1 X_2^3$ que aplicada a la combinación inicial nos da $U = 1 * 3^3 = 27$. Igualando la TSC con la TOC correspondiente a los nuevos precios, obtenemos $\frac{X_2}{3X_1} = \frac{15}{10} = 1.5 \rightarrow X_2 = 4.5 X_1$. Y reemplazando este resultado en la función de utilidad $27 = X_1 X_2^3 = X_1 (4.5 X_1)^3 \rightarrow X_1^{**} = 0.74$ y $X_2^{**} = 3.32$. En consecuencia el óptimo a los nuevos precios con el nuevo ingreso a la Hicks es (0.74, 3.32). Y el ingreso necesario para comprar esta combinación es $m' = 15 * 0.74 + 10 * 3.32 = 44.3$ y el cambio en el ingreso a la Hicks es +4.3.

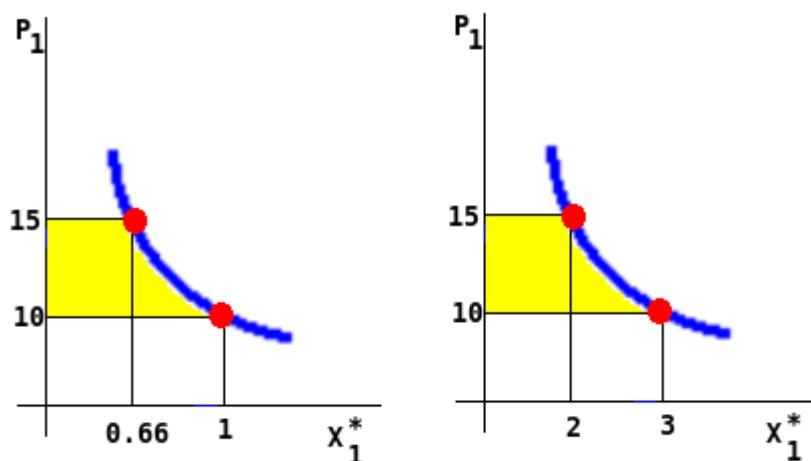
En el caso de Carmen, la curva de indiferencia inicial le genera una utilidad de $U = X_1^3 X_2$ que aplicada a la combinación inicial nos da $U = 3^3 * 1 = 27$. Igualando la TSC con la TOC correspondiente a los nuevos precios, obtenemos $\frac{3X_2}{X_1} = \frac{15}{10} = 1.5 \rightarrow X_1 = 2X_2$. Y reemplazando este resultado en la función de utilidad $27 = X_1^3 X_2 = (2X_2)^3 X_2 \rightarrow X_2^{**} = 1.36$ y $X_1^{**} = 2.71$. En consecuencia el óptimo a los nuevos precios con el nuevo ingreso a la Hicks es (2.71, 1.36). Y el ingreso necesario para comprar esta combinación es $m' = 15 * 2.71 + 10 * 1.36 = 54.25$ y el cambio en el ingreso a la Hicks es +14.25.

Excedente del Consumidor

Para obtener el excedente del consumidor, necesitamos la función de demanda. En el caso de Pedro igualamos la TSC con la TOC de la siguiente manera $\frac{X_2}{3X_1} = \frac{P_1}{10} \rightarrow X_2 = \frac{3 P_1 X_1}{10}$.

Llevamos este resultado a la recta de presupuesto $40 = P_1 X_1 + 10X_2 = P_1 X_1 + 10\left(\frac{3P_1 X_1}{10}\right)$ es decir $40 = 4P_1 X_1 \rightarrow X_1^* = \frac{10}{P_1}$.

Siguiendo el mismo procedimiento para Carmen, la función de demanda del bien 1 está dada por $X_1^* = \frac{30}{P_1}$. Y las correspondientes funciones inversas de demanda para Pedro y Carmen son, respectivamente $P_1^* = \frac{10}{X_1}$ y $P_1^* = \frac{30}{X_1}$. La variación del excedente del consumidor es el área de color amarillo en los gráficos que siguen. A la izquierda, el caso de Pedro, y a la derecha el caso de Carmen.



En el caso de Pedro la variación del excedente del consumidor es

$$\int_{0.66}^1 \frac{10}{X_1} dX_1 - (1 - 0.66)10 + 0.66(5) = 10 \ln 0.66 - 10 \ln 1 - 3.4 + 3.3 = -4.26$$

y en el caso de Carmen la variación del excedente del consumidor es

$$\int_2^3 \frac{30}{X_1} dX_1 - 1 \cdot 10 + 2 \cdot 5 = 30 \ln 2 - 30 \ln 3 = -12.16 \text{ y entonces para compensar al}$$

consumidor por esta pérdida de bienestar, se les entrega una cantidad de 4.26 a Pedro y una cantidad de 12.16 a Carmen. En el cuadro que sigue se aprecia la diferencia entre estas tres estimaciones. El gasto es mayor en el caso de Slutsky y menor en el caso de la variación del excedente del consumidor.

	Compensación del Ingreso a la		
	Slutsky	Hicks	Δ EC
Pedro	5	4,3	4,26
Carmen	15	14,25	12,6

! Éxitos ;