



Escuela	Escuela Profesional de Economía
Curso	Microeconomía Avanzada
Aula	215D/209N
Actividad	Examen Parcial No. 1
	Teoría del Consumidor
Profesor	Econ. Guillermo Pereyra
Fecha	30 de Abril del 2010

1. Dada la función de utilidad $U = \min \{ X_1, X_2 \}$

(a) Determinar la función de demanda ordinaria del bien 1

Como $U = \min \{ X_1, X_2 \}$ entonces $X_2 = X_1$ y dados los precios y el ingreso, la recta de presupuesto es $m = P_1 X_1 + P_2 X_2$. Es decir $m = P_1 X_1 + P_2 X_1 \rightarrow X_1^* = \frac{m}{P_1 + P_2}$.

(b) Determinar la función de demanda compensada del bien 1

Este problema es el dual. Se trata de minimizar el gasto sujeto a la restricción de utilidad: $\text{Min } m = \text{Min}(P_1 X_1 + P_2 X_2) \text{ s. a. } U = \min \{ X_1, X_2 \}$. Como $X_2 = X_1$, reemplazamos en la función de utilidad $U = \min \{ X_1, X_1 \} = X_1$ y entonces podemos escribir $X_1^* = U$ que viene a ser la demanda compensada a la Hicks.

(c) Determinar la función del gasto

La demanda compensada a la Hicks correspondiente al bien 2 es $X_2^* = U$. Podemos reemplazar las demandas compensadas en la recta de presupuesto para encontrar la función del gasto del consumidor $E = P_1 U + P_2 U = U(P_1 + P_2)$.

(d) Compruebe si las demandas ordinarias cumplen con la ley de Walras

Primero determinamos la demanda ordinaria del bien 2, siguiendo el mismo procedimiento de la parte (a). El resultado es $X_2^* = \frac{m}{P_1 + P_2}$. La recta de presupuesto es $m = P_1 X_1 + P_2 X_2$ y reemplazando las demandas ordinarias de los bienes 1 y 2, $m = P_1 \left(\frac{m}{P_1 + P_2} \right) + P_2 \left(\frac{m}{P_1 + P_2} \right) = \frac{mP_1 + mP_2}{P_1 + P_2} = \frac{m(P_1 + P_2)}{P_1 + P_2} = m$ y se cumple la Ley de Walras.

(e) Compruebe si la demanda ordinaria del bien 1 es homogénea de grado cero en precios e ingreso

La demanda del bien 1 está dada por $X_1^* = \frac{m}{P_1 + P_2}$; si multiplicamos el ingreso y los precios por un t mayor a la unidad, $X_1^{**} = \frac{tm}{tP_1 + tP_2} = \frac{m}{P_1 + P_2} = X_1^*$. En consecuencia la demanda del bien 1 sigue siendo la misma si se incrementa el ingreso y los precios en la

misma proporción. La demanda es homogénea de grado cero en precios e ingreso.

(f) Compruebe la agregación de Cournot en el caso del bien 1

La agregación de Cournot está dada por $\epsilon_{1,P_1}S_1 + \epsilon_{2,P_1}S_2 = -S_1$. S_i es la proporción del ingreso que se gasta en el bien i . En este caso se trata de analizar el impacto de un cambio en el precio del bien 1, sobre la demanda del bien 1 y sobre la demanda del bien 2.

Tomando la demanda ordinaria del bien 1, $X_1^* = \frac{m}{P_1 + P_2}$, se obtiene la elasticidad

precio de demanda mediante la siguiente función $\epsilon_{1,P_1} = \frac{dX_1}{dP_1} \frac{P_1}{X_1}$. $\frac{dX_1}{dP_1} = -\frac{m}{(P_1 + P_2)^2}$

y entonces $\epsilon_{1,P_1} = -\frac{m}{(P_1 + P_2)^2} \frac{P_1}{X_1} = -\frac{m}{(P_1 + P_2)^2} \frac{P_1}{\frac{m}{P_1 + P_2}} = -\frac{P_1}{P_1 + P_2}$. De otro lado

tenemos la elasticidad cruzada de demanda $\epsilon_{2,P_1} = \frac{dX_2}{dP_1} \frac{P_1}{X_2}$. $\frac{dX_2}{dP_1} = -\frac{m}{(P_1 + P_2)^2}$, y

entonces $\epsilon_{2,P_1} = -\frac{m}{(P_1 + P_2)^2} \frac{P_1}{X_2} = -\frac{m}{(P_1 + P_2)^2} \frac{P_1}{\frac{m}{P_1 + P_2}} = -\frac{P_1}{P_1 + P_2}$. En consecuencia,

reemplazando en la agregación de Cournot para el bien 1, obtenemos $\epsilon_{1,P_1}S_1 + \epsilon_{2,P_1}S_2 = (-\frac{P_1}{P_1 + P_2})S_1 + (-\frac{P_1}{P_1 + P_2})S_2 = (-\frac{P_1}{P_1 + P_2})(S_1 + S_2) = -\frac{P_1}{P_1 + P_2}$. Pero

como $S_1 = \frac{P_1 X_1}{m} = \frac{(P_1)(\frac{m}{P_1 + P_2})}{m} = \frac{P_1}{P_1 + P_2}$ y entonces $-S_1 = -\frac{P_1}{P_1 + P_2}$ y se cumple la

agregación de Cournot para el bien 1.

(g) Compruebe la agregación de Engel

La agregación de Engel está dada por $\epsilon_{1,m}S_1 + \epsilon_{2,m}S_2 = 1$. Se trata de analizar el impacto de un cambio en el ingreso del consumidor sobre la demanda de los bienes 1 y 2. Tomando

la demanda ordinaria del bien 1, $X_1^* = \frac{m}{P_1 + P_2}$, podemos estimar la elasticidad ingreso

para el bien 1, $\epsilon_{1,m} = \frac{dX_1}{dm} \frac{m}{X_1}$. $\frac{dX_1}{dm} = \frac{1}{P_1 + P_2}$, en consecuencia

$$\epsilon_{1,m} = \frac{1}{P_1 + P_2} \frac{m}{X_1} = \frac{1}{P_1 + P_2} \frac{m}{\frac{m}{P_1 + P_2}} = 1.$$

Tomando la demanda ordinaria del bien 2, $X_2^* = \frac{m}{P_1 + P_2}$, podemos estimar la

elasticidad ingreso para el bien 2, $\epsilon_{2,m} = \frac{dX_2}{dm} \frac{m}{X_2}$. $\frac{dX_2}{dm} = \frac{1}{P_1 + P_2}$, en consecuencia

$$\epsilon_{2,m} = \frac{1}{P_1 + P_2} \frac{m}{X_2} = \frac{1}{P_1 + P_2} \frac{m}{\frac{m}{P_1 + P_2}} = 1. \text{ Y reemplazando en la agregación de Engel se}$$

obtiene $\varepsilon_{1,m} S_1 + \varepsilon_{2,m} S_2 = S_1 + S_2 = \frac{P_1 X_1}{m} + \frac{P_2 X_2}{m} = \frac{m}{m} = 1$.

2. Dada la función de utilidad $U = X_1 + X_2$

(a) Determinar la función de demanda ordinaria del bien 1

Dada la función de utilidad $U = X_1 + X_2$, la tasa subjetiva de cambio es $TSC = 1$. En consecuencia, dados el precio del bien 1, el precio del bien 2 y el ingreso del consumidor, la demanda ordinaria del bien 1 es:

$$\begin{aligned} 0 & \text{ si } \frac{P_1}{P_2} > 1 \\ X_1^* & \in (0, \frac{m}{P_1}) \text{ si } \frac{P_1}{P_2} = 1 \\ X_1^* & = \frac{m}{P_1} \text{ si } \frac{P_1}{P_2} < 1 \end{aligned}$$

(b) Determinar la función de demanda compensada del bien 1

Este problema es el dual. Se trata de minimizar el gasto sujeto a la restricción de utilidad: $\text{Min } m = \text{Min}(P_1 X_1 + P_2 X_2) \text{ s. a. } U = X_1 + X_2$. En consecuencia la demanda compensada del bien 1

$$\begin{aligned} \text{si } \frac{P_1}{P_2} > 1 & \rightarrow X_1^* = 0 \\ \text{si } \frac{P_1}{P_2} = 1 & \rightarrow X_1^* \in (0, \frac{m}{P_1}) \rightarrow X_1^* \in (0, U) \\ \text{si } \frac{P_1}{P_2} < 1 & \rightarrow X_1^* = \frac{m}{P_1} \rightarrow X_1^* = U \end{aligned}$$

(c) Determinar la función del gasto

$$\begin{aligned} \text{si } \frac{P_1}{P_2} > 1 & \rightarrow X_1^* = 0 \rightarrow X_2^* = U \rightarrow E = P_2 U \\ \text{si } \frac{P_1}{P_2} = 1 & \rightarrow X_1^* \in (0, \frac{m}{P_1}) \rightarrow X_1^* \in (0, U) \rightarrow E \in (P_2 U, P_1 U) \\ \text{si } \frac{P_1}{P_2} < 1 & \rightarrow X_1^* = \frac{m}{P_1} \rightarrow X_1^* = U \rightarrow E = P_1 U \end{aligned}$$

(d) Compruebe si las demandas ordinarias cumplen con la ley de Walras

si $\frac{P_1}{P_2} > 1 \rightarrow X_1^* = 0 \rightarrow X_2^* = \frac{m}{P_2}$. La recta de presupuesto es $m = P_1 X_1 + P_2 X_2$ y reemplazando las demandas ordinarias de los bienes 1 y 2, en la ecuación de la recta de

presupuesto tenemos $P_1(0) + P_2\left(\frac{m}{P_2}\right) = m$ y se cumple la Ley de Walras.

si $\frac{P_1}{P_2} = 1 \rightarrow X_1^* \in (0, \frac{m}{P_1})$. Si la demanda del bien 1 es cero entonces el gasto del consumidor va a ser $P_1(0) + P_2\left(\frac{m}{P_2}\right) = m$. Si la demanda del bien 1 es m/P_1 entonces el gasto del consumidor va a ser $P_1\left(\frac{m}{P_1}\right) + P_2(0) = m$. En consecuencia siempre se cumple la Ley de Walras.

si $\frac{P_1}{P_2} < 1 \rightarrow X_1^* = \frac{m}{P_1} \rightarrow X_2^* = 0$ y el gasto del consumidor es $P_1\left(\frac{m}{P_1}\right) + P_2(0) = m$ y se cumple la Ley de Walras.

(e) Compruebe si la demanda ordinaria del bien 1 es homogénea de grado cero en precios e ingreso

si $\frac{P_1}{P_2} > 1 \rightarrow X_1^* = 0$ y al multiplicarse los precios y el ingreso por un t mayor que uno la demanda por el bien 1 sigue siendo la misma, igual a cero.

si $\frac{P_1}{P_2} = 1 \rightarrow X_1^* \in (0, \frac{m}{P_1})$ y al multiplicarse los precios y el ingreso por un t mayor que uno la demanda por el bien 1 sigue siendo la misma.

si $\frac{P_1}{P_2} < 1 \rightarrow X_1^* = \frac{m}{P_1}$ y al multiplicarse los precios y el ingreso por un t mayor que uno la demanda por el bien 1 sigue siendo la misma.

(f) Compruebe la agregación de Cournot en el caso del bien 1

La agregación de Cournot está dada por $\varepsilon_{1,P_1} S_1 + \varepsilon_{2,P_1} S_2 = -S_1$. S_i es la proporción del ingreso que se gasta en el bien i . En este caso se trata de analizar el impacto de un cambio en el precio del bien 1, sobre la demanda del bien 1 y sobre la demanda del bien 2.

Tomando la demanda ordinaria del bien 1, en el caso que $\frac{P_1}{P_2} > 1 \rightarrow X_1^* = 0$ y el gasto en el bien 1 es cero y entonces el primer término del lado izquierdo de la agregación de Cournot es cero. La demanda ordinaria del bien 2 es m/P_2 , que no depende del precio del bien 1 y en consecuencia, la elasticidad precio de demanda cruzada es cero. Por lo tanto el segundo término del lado izquierdo de la agregación de Cournot también es cero y da como resultado cero que es igual al gasto en el bien 1. Por lo tanto se cumple la agregación de Cournot.

En el caso que $\frac{P_1}{P_2} = 1 \rightarrow X_1^* \in (0, \frac{m}{P_1})$ y la demanda del bien 2 no depende del precio del bien 1. En este caso la elasticidad precio de demanda es infinita y la elasticidad precio cruzada es cero y no se cumple la agregación de Cournot.

En el caso que $\frac{P_1}{P_2} < 1 \rightarrow X_1^* = \frac{m}{P_1}$ y la demanda del bien 2 es cero. La elasticidad precio de demanda del bien 1 es $\varepsilon_{1,m} = \frac{dX_1}{dm} \frac{m}{X_1} = -\frac{m}{P_1^2} \frac{P_1}{\frac{m}{P_1}} = -1$. El gasto del bien 2 es cero y se cumple la agregación de Cournot.

(g) Compruebe la agregación de Engel

La agregación de Engel está dada por $\varepsilon_{1,m}S_1 + \varepsilon_{2,m}S_2 = 1$. Se trata de analizar el impacto de un cambio en el ingreso del consumidor sobre la demanda de los bienes 1 y 2.

Si la demanda del bien 1 es cero, la demanda del bien 2 es m/P_2 y la elasticidad ingreso de demanda del bien 2 es igual a la unidad. Entonces $0 + S_2 = \frac{m}{m} = 1$ y se cumple la agregación de Engel.

Si la demanda del bien 1 es una horizontal entre cero y m/P_1 , podemos evaluar la agregación de Engel en ambos extremos del intervalo. Si la demanda del bien 1 es cero sabemos que se cumple. Si la demanda del bien 1 es m/P_1 , la demanda del bien 2 es cero. La elasticidad ingreso de demanda del bien 1 es la unidad y entonces $S_1 + 0 = \frac{m}{m} = 1$ y se cumple la agregación de Engel.

Finalmente, si $\frac{P_1}{P_2} < 1 \rightarrow X_1^* = \frac{m}{P_1}$ y la demanda del bien 2 es cero y, considerando lo que acabamos de concluir más arriba, se cumple la agregación de Engel.

3. Comente la exposición realizada en el Aula. En una escala de 0 a 20, evalúe al equipo expositor y al equipo jurado y explique sus razones.