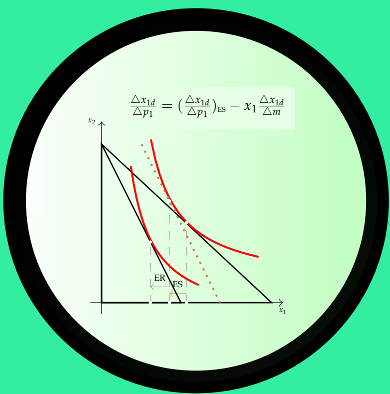
Microeconomía I

Tema 4.-
Función de demanda del consumidor



Pedro Álvarez Causelo
Departamento de Economía
Universidad de Cantabria
alvarezp@unican.es

Índice

4.1 De la elección óptima a la función de demanda: introducción

En el tema anterior hemos visto como se determina la elección óptima del consumidor a partir de sus *posibilidades* (determinadas por su nivel de renta y los precios de mercado de los bienes) y de sus preferencias. Si se cumplen los axiomas sobre las preferencias, éstas podrán recogerse mediante una función de utilidad $U(x_1, x_2)$, lo cual nos permite plantear el problema de decisión del consumidor como:

$$\begin{array}{ll} \max\limits_{x_1,x_2} & U(x_1,x_2) \\ \text{s. a:} & p_1x_1 + p_2x_2 = m. \end{array}$$

Además, si las preferencias son regulares, las condiciones de primer orden asociadas al programa anterior serán a la vez necesarias y suficientes[1]. Dichas condiciones nos llevaban a la determinación de la cesta óptima a partir de la resolución del siguiente sistema:

$$\begin{array}{lcl} RMS_1^2(x_1^*, x_2^*) & = & \frac{p_1}{p_2} \\ p_1x_1^* + p_2x_2^* & = & m. \end{array}$$

Dada una función de utilidad, el sistema anterior se puede resolver para unos valores cualesquiera de los precios y la renta, obteniendo de este modo la **función de demanda** de cada uno de los bienes:

$$\boxed{\begin{array}{lcl} x_{1d} & = & d_1(p_1, p_2, m) \\ x_{2d} & = & d_2(p_2, p_1, m). \end{array}} \tag{4.1}$$

Ejercicio 4.1.1 *Determine las funciones de demanda bajo el supuesto de que las preferencias vienen dadas por la función de utilidad Cobb-Douglas, $U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$.*

Ejercicio 4.1.2 *Dada la función de utilidad $U(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{2}} + x_2^{\frac{1}{2}}$, se pide:*

1. *Compruebe si recoge o no preferencias homotéticas.*
2. *Determine la función de demanda del bien* 1.

Caracterizar la función de demanda del consumidor para un determinado bien, en nuestro caso el bien 1, constituye precisamente el objetivo de este tema. Partiendo del supuesto de que el consumidor tiene preferencias regulares, nos plantearemos como cambiaría la elección (óptima) del consumidor ante cambios en los valores de los parámetros que determinan sus posibilidades: renta y precios de mercado. Caracterizar la función de demanda del bien 1, no consiste sino en centrar la atención en como cambia la cantidad demandada de

[1] Siempre que la solución sea interior.

Prof. Pedro Álvarez Causelo
Departamento de Economía - Universidad de Cantabria

dicho bien[2] ante dichos cambios en los parámetros. El reto conceptual más importante de este tema consiste precisamente en saber interpretar la función de demanda del consumidor en términos de repercusión **sobre la elección óptima** (de consumo del bien) de variaciones en los precios y en la renta.

Ejercicio 4.1.3 *Comente la forma que adopta la función de demanda del bien 1 del Ejercicio 4.1.1 y del Ejercicio 4.1.2.*

[2]También puede plantearse el objetivo de este tema en términos de la caracterización de los determinantes del gasto del consumidor en un determinado bien, interpretación de gran utilidad al abordar estudios empíricos. Desde este punto de vista, nuestro objetivo es tratar de explicar los determinantes de la participación del gasto en el bien 1 en relación al gasto total del consumidor. Dado que en nuestro modelo el gasto en un bien es simplemente el producto de la cantidad que decida comprar el consumidor por su precio de mercado, resulta sencillo trasladar nuestras conclusiones en términos de cantidad demandada de un bien a otras equivalentes en términos de gasto en dicho bien.

4.2 Cambios en los precios y en la renta

4.2.1 Cambios en el propio precio: la *curva* de demanda

Consideremos la situación de un consumidor con preferencias regulares que dispone inicialmente de una renta de m^1 um y que se enfrenta a la decisión de cuanto comprar[3] en el mercado del bien 1, con precio p_1^1, y cuanto del bien 2, con precio p_2^1. En la Figura 4.1 la elección óptima de dicho consumidor viene dada por la cesta $\mathbf{x}^{*1}$.

Ante un descenso del precio del bien 1 el conjunto asequible del consumidor cambia y también lo hará su elección, la cual pasa a ser en el gráfico $\mathbf{x}^{*2}$. Si considerásemos distintos valores de p_1 obtendríamos una cesta óptima distinta para cada uno de ellos[4]. Se denomina curva precio-consumo (CPC) a aquella que recoge las cestas óptimas para todos los posibles valores de p_1, cuando mantenemos constantes p_2 y m.

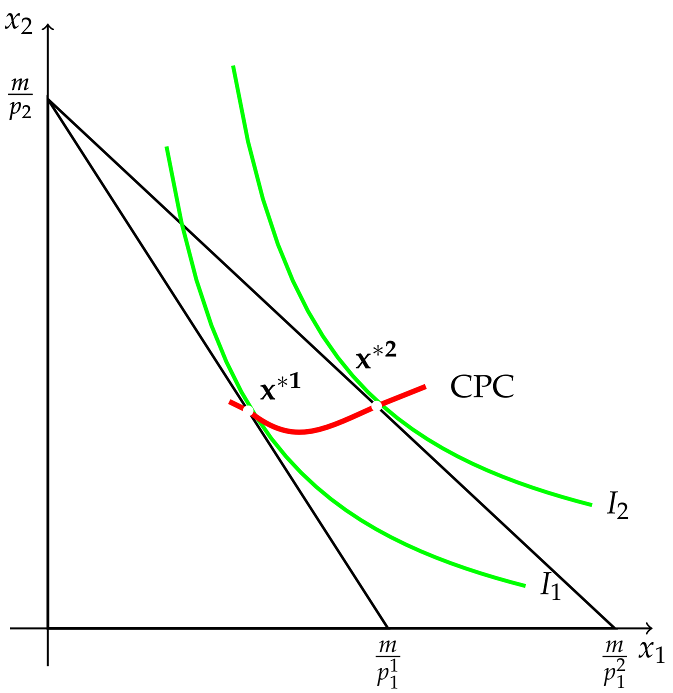


Figura 4.1. ***La curva precio-consumo (CPC).*** La elección óptima para los distintos valores posibles de p_1, manteniendo constantes tanto p_2 como m, se denomina curva precio-consumo.

Dado que pretendemos centrar la atención en el estudio de la demanda del bien 1, parece lógico que recogamos directamente en un gráfico la relación entre los posibles valores de p_1

[3]Dado que nuestro centro de atención lo constituye la demanda del bien 1, resulta útil interpretar la decisión del consumidor en términos de cuanto comprar del bien 1 y cuanta renta dejar para el consumo de otros bienes.

[4]Tomando como referencia el mercado de un determinado bien o servicio, el interés se centra en determinar como cambiaría la cantidad demandada del mismo (o el gasto en el mismo) si el precio se moviese en el entorno de su valor actual.

y la cantidad del bien que decidiría comprar el consumidor[5]. Esta representación gráfica, la curva de demanda del consumidor, aparece recogida en la Figura 4.2.

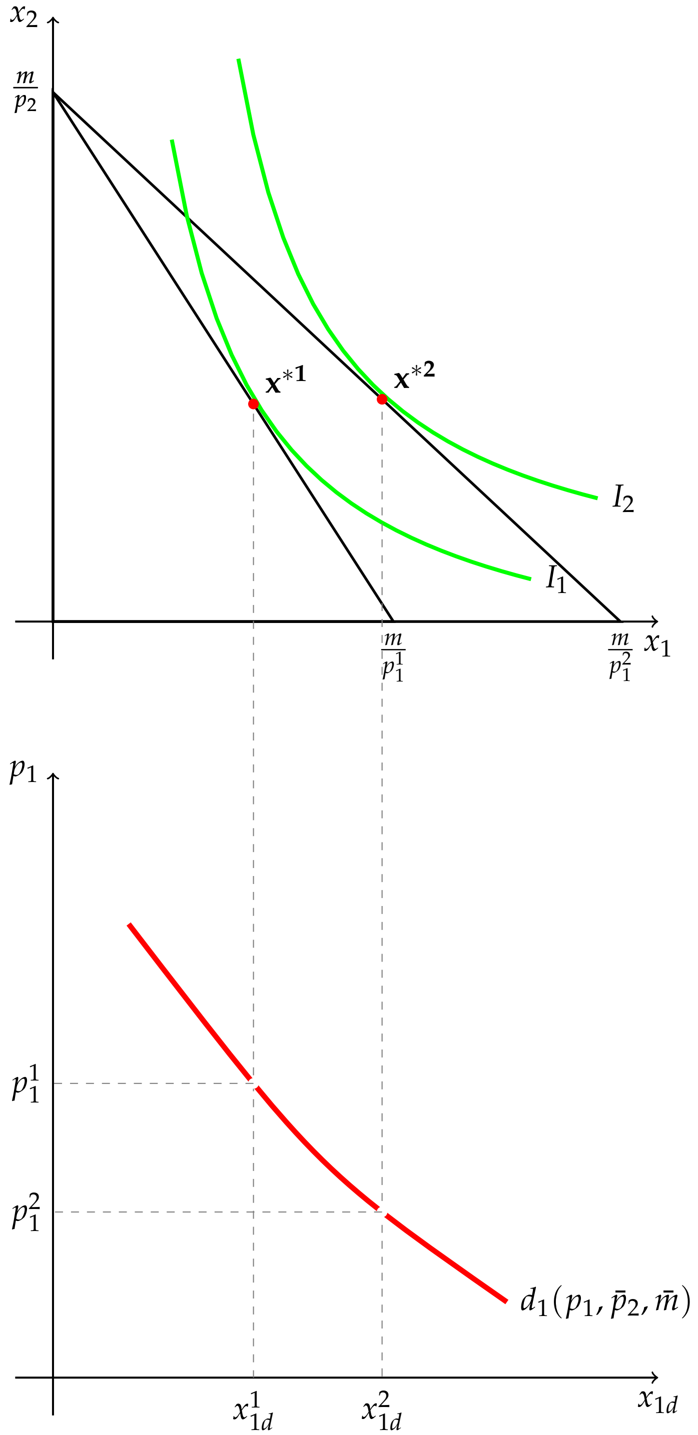


Figura 4.2. *La curva de demanda del consumidor.* La curva de demanda del consumidor recoge la cantidad del bien 1 que constituye su elección óptima para cada posible valor de p_1, cuando se mantienen constantes tanto el precio de los demás bienes como su nivel de renta.

Ejercicio 4.2.1 *Determine la forma de la curva de demanda para el bien 1 que se obtendría en el Ejercicio 4.1.1 bajo el supesto de que $\alpha = 1/2, m = 100$ um y $p_2 = 2$ um . Represéntela gráficamente.*

[5]Para simplificar la notación, a partir de ahora utilizaremos x_{1d} para referirnos a la cantidad (óptima) del bien 1 demandada por el consumidor.

En la Sección 4.3 profundizaremos en el análisis de la curva de demanda.

4.2.2 Cambios en la renta: bienes normales y bienes inferiores

Consideremos de nuevo la situación de nuestro consumidor que se enfrenta a unos precios de mercado p_1^1 y p_2^1 y que dispone de inicialmente de un nivel de renta m^1. En este apartado desplazamos nuestra atención hacia el análisis de la repercusión de las variaciones en el nivel de renta disponible sobre la cantidad demandada del bien 1 x_{1d}, suponiendo que los precios se mantienen constantes. A modo de ejemplo, en la Figura 4.3 recogemos una situación en la cual el nivel de renta del consumidor ha aumentado de m^1 a m^2, lo que ha provocado que la elección óptima pase de ser $\mathbf{x}^{*1}$ a ser $\mathbf{x}^{*2}$. Si considerásemos distintos cambios en m obtendríamos una cesta óptima para cada posible nivel de renta. Se denomina curva renta consumo (CRC) a aquella que recoge las cestas óptimas para cada posible nivel de renta, cuando mantenemos constantes los precios de los bienes.

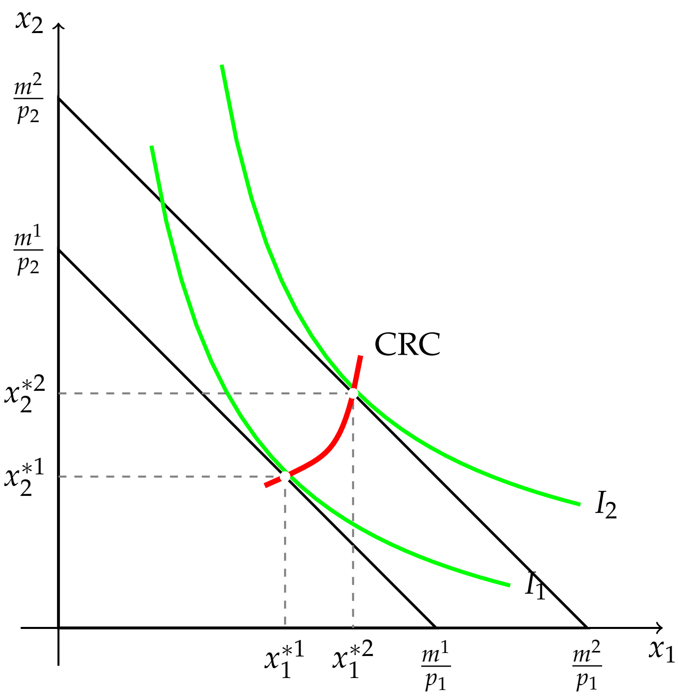


Figura 4.3. ***La curva renta-consumo (CRC).*** La elección óptima para los distintos valores posibles de m, manteniendo constantes p_1 y p_2 se denomina curva renta-consumo.

Ejercicio 4.2.2 *Determine la forma de la curva renta-consumo que genera la función de utilidad Cobb-Douglas y represéntela gráficamente.*

En este caso, si recogiésemos en un gráfico la relación entre x_{1d} y m, obtendríamos lo que se conoce como curva de Engel[6]. Dado el supuesto de precios fijos, también podemos interpretar la curva de Engel en términos de gasto en el bien 1 en función de la renta disponible.

[6] Estadístico alemán del siglo XIX que realizó distintos estudios empíricos sobre la relación que guarda la composición del gasto de las familias con su nivel de renta.

Prof. Pedro Álvarez Causelo
Departamento de Economía - Universidad de Cantabria

A modo de ejemplo, podemos plantearnos que relación guarda el gasto en alimentación de una familia con su nivel de ingresos.

Ejercicio 4.2.3 *Considere un consumidor que actuámente dispone de un nivel de renta* m^1 *y esta adquiriendo una cantidad del bien 1* x_1^1. *Dibuje la curva de Engel de este consumidor para un entorno de su nivel de renta actual bajo el supuesto de que aunque para niveles de renta inferiores a* m^1 *se comporta como un bien normal, para niveles de renta superiores pasaría a ser un bien inferior.*

Cómo respondará un consumidor, en términos de cantidad demandada de un bien, ante un cambio en su nivel de renta disponible es una cuestión empírica. Si la cantidad demandada varía en el mismo sentido que lo hace la renta decimos que se trata de un **bien normal**, mientras que si varía en sentido contrario decimos que se trata de un **bien inferior**. El que un bien sea normal o inferior para un determinado consumidor dependerá de[7]:

- Sus preferencias: por ejemplo, dos consumidores con niveles de renta similares y que se enfrentan a los mismos precios de mercado, ante un aumento de su renta puede que uno de ellos pase a comprar más del bien 1 y el otro pase a comprar menos.
- Su nivel de renta: un mismo bien puede ser normal para un consumidor para un determinado nivel de renta y pasar a ser inferior cuando su nivel renta aumenta.

En términos de nuestro modelo teórico, la curva de Engel no es sino la relación recogida en la función de demanda entre x_{1d} y m, considerando que los precios se mantienen constantes. Si dicha función de demanda es diferenciable, podemos definir los bienes normales e inferiores a partir del signo que toma la derivada parcial respecto a la renta. Diremos que el bien 1 será un bien normal para unos determinados valores de los precios y la renta si se cumple que $\frac{\partial d_1}{\partial m}(p_1, p_2, m) > 0$ y que es inferior si se cumple que $\frac{\partial d_1}{\partial m}(p_1, p_2, m) < 0$.

Ejercicio 4.2.4 *Analice como responde la cantidad demandada del bien 1 ante cambios en el nivel de renta la función de demanda del Ejercicio 4.1.1.*

Ejercicio 4.2.5 *Determine la forma de la curva de Engel del Ejercicio 4.1.1.*

4.2.3 Cambios en otros precios: bienes sustitutivos y bienes complementarios

En nuestro intento de caracterizar la función de demanda del bien 1, consideramos ahora la repercusión sobre la misma de una variación en el precio del bien 2, *ceteris paribus*. En función de como responda la cantidad demandada del bien 1 diremos que ambos bienes son **sustitutivos brutos** (si la cantidad demandada del bien 1 varía en la mismo sentido que p_2) o **complementarios brutos** (si la cantidad demandada del bien 1 varía en sentido contrario a p_2). De nuevo, si la función de demanda del bien 1 es diferenciable, podemos definir las relaciones de sustituibilidad o de complementariedad a partir del signo que toma

[7]Como veremos en el Tema 4, cuando se afirma que un determinado bien es normal o inferior se suele hacer referencia a una situación concreta de mercado y no a un consumidor individual.

la derivada parcial respecto a p_2. Diremos que el bien 2 es un bien sustitutivo bruto del 1 para unos determinados valores de los precios y la renta si se cumple que $\frac{\partial d_1}{\partial p_2}(p_1, p_2, m) > 0$ y que es complementario bruto si se cumple que $\frac{\partial d_1}{\partial p_2}(p_1, p_2, m) < 0$. Si la cantidad demandada del bien 1 no responde a cambios en el precio del bien 2 diremos simplemente que los bienes no están relacionados.

Ejercicio 4.2.6 *Determine como responde la cantidad demandada del bien 1 ante cambios en p_2 para el caso de las funciones de demanda del Ejercicio 4.1.1 y del Ejercicio 4.1.2.*

Ejercicio 4.2.7 *Considere un estudiante universitario* representativo *y ponga algún ejemplo de bienes que sean para el sustitutivos y de otros que sean complementarios.*

Prof. Pedro Álvarez Causelo
Departamento de Economía - Universidad de Cantabria

4.3 El efecto sustitución y el efecto renta

4.3.1 Concepto

El objetivo de esta pregunta es un análisis más detallado de la repercusión que tiene la variación en el precio de un bien sobre la cantidad demandada del mismo. En la Figura 4.4 puede apreciarse como cambian la restricción presupuestaria y el conjunto asequible del consumidor ante un aumento en p_1. La restricción presupuestaria presenta ahora una mayor pendiente, mientras que el conjunto asequible es ahora un subconjunto del inicial (las cestas sombreadas eran asequibles antes del cambio del precio y ahora no lo son). Se puede afirmar que la subida en p_1 tiene dos consecuencias distintas para el consumidor:

- Un aumento del coste de oportunidad del bien 1, recogido por el aumento en los precios relativos $\frac{p_1}{p_2}$.
- Un descenso en la renta real o poder adquisitivo del consumidor.

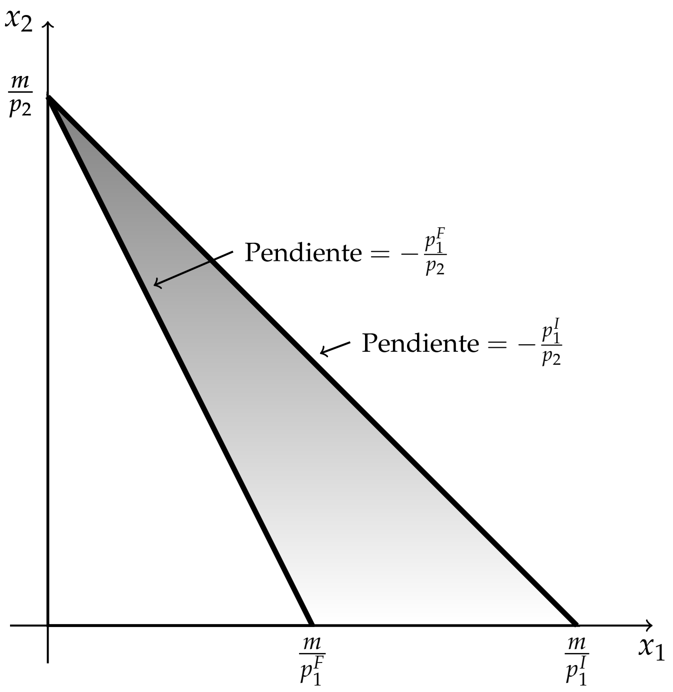


Figura 4.4. ***Repercusión de un aumento en p_1 el conjunto asequible.*** El aumento de p_1 provoca tanto una reducción del conjunto asequible (las cestas del área sombreada no están al alcance del consumidor con el nuevo precio) como un aumento de la pendiente de la restricción presupuestaria.

Obviamente, ante un descenso en el precio las consecuencias serían una disminución del coste de oportunidad del bien 1 y un aumento de la renta real o poder adquisitivo del consumidor.

Al menos teóricamente, cabe establecer una relación entre cada una de estas dos manifestaciones del cambio en el precio y la respuesta del consumidor en términos de cantidad demandada del bien:

Efecto sustitución Cambio en la cantidad demanda debido exclusivamente a la variación en el coste oportunidad (precios relativos) provocado por la variación en el precio.

Efecto renta Cambio en la cantidad demandada debido exclusivamente a la variación en la renta real provocada por la variación en el precio.

4.3.2 Planteamiento gráfico

Consideremos de nuevo el caso de un aumento en p_1 e intentemos descomponer el efecto total sobre la cantidad demandada en el efecto sustitución y el efecto renta. Si pudiésemos observar cuanto compraría el consumidor al nuevo precio, pero con su renta real constante, la variación observada en la cantidad demandada recogería únicamente el efecto sustitución. El problema esta en definir que entendemos por «mantener la renta real constante», ya que lo que se puede observar es únicamente la renta monetaria del consumidor m.

Supongamos que el consumidor estaba comprando incialmente la cesta $\mathbf{x^I}$ y al aumentar el precio del bien 1 desde p_1^I hasta p_1^F ha pasado a comprar la cesta $\mathbf{x^F}$. ¿Qué variación en la renta monetaria le dejaría con la misma renta real ahora, que el precio es p_1^F, que la que tenía antes, cuando el precio era p_1^I? En principio podríamos pensar al menos en dos posibles respuestas:

1. Un cambio en su renta monetaria de tal forma que tuviese la justa para comprar la misma cesta de bienes que compraba antes del cambio en el precio. En este caso estaríamos utilizando el denominado **criterio de renta real de Slutsky**.

2. Un cambio en su renta monetaria de tal forma que tuviese la justa para situarse en la misma curva de indiferencia en la que se situaba antes del cambio en el precio (que puediese alcanzar el mismo nivel de utilidad). En este caso estaríamos utilizando el denominado **criterio de renta real de Hicks**.

En la Figura 4.5 puede apreciarse la descomposición del efecto total sobre la cantidad demandada del bien 1 en el efecto sustitución y en el efecto renta de acuerdo con el criterio de renta real de Slutsky. La suma del efecto sustitución, $x_1^H - x_1^I$, y el efecto renta, $x_1^F - x_1^H$, da, por definición, la variación total en la cantidad demandada , $x_1^F - x_1^I$. En la Figura 4.6 se hace esa misma descomposición pero utilizando el criterio de renta real de Hicks.

Ejercicio 4.3.1 *Represente gráficamente el efecto sustitución y el efecto renta provocado por un descenso en el precio del bien 1. Utilice tanto el criterio de renta real de Hicks como el de Slutsky.*

Ejercicio 4.3.2 *Suponga que las preferencias del consumidor vienen dadas por la función de utilidad $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$, que dispone de una renta de 100 um y que $p_2 = 5$ um. Determine el efecto renta y el efecto sustitución asociados a un aumento de p_1 de 5 a 10 um. Utilice tanto el método de Hicks como el de Slutsky.*

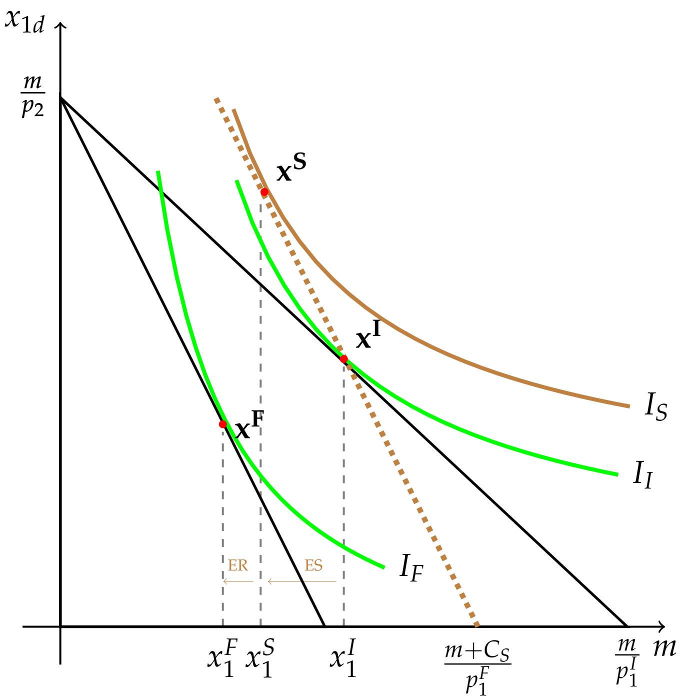


Figura 4.5. ***El efecto sustitución y el efecto renta: criterio de renta real de Slutsky.*** Ante el aumento de p_1 desde p_1^I a p_1^F observaremos un descenso de x_{1d} en la cantidad $x_1^F - x_1^I$. Si el consumidor recibiese una cantidad de renta C_S suficiente para poder seguir comprando la cesta inicial a los nuevos precios, eligiría la cesta $\mathbf{x}^S$, siendo la cantidad demandada del bien 1 x_1^S. La diferencia $x_1^S - x_1^I$ constituye el efecto sustitución y el resto, $x_1^F - x_1^S$, el efecto renta.

4.3.3 Planteamiento matemático

Para determinar matemáticamente el efecto sustitución y el efecto renta tan sólo tenemos que preguntarnos como se determina la cesta $\mathbf{x^H}$, si estamos utilizando el criterio de renta real de Hicks, o la cesta $\mathbf{x^S}$, si el criterio de renta real utilizado es el de Slutsky. Las cestas $\mathbf{x^I}$ y $\mathbf{x^F}$ se determinan de la manera habitual.

Método de Slutsky

En el caso de utilizar el criterio de renta real de Slutsky, el primer paso es calcular la cantidad de renta que deberíamos dar al consumidor para que pueda seguir comprando la misma cesta que antes del cambio en el precio, esto es, C_S. Para ello será suficiente con multiplicar el número de unidades que compraba del bien inicialmente x_1^I por la variación que ha sufrido el precio $p_1^F - p_1^I$:

$$C_S = x_1^I(p_1^F - p_1^I).$$

Determinada C_S, obtendremos $\mathbf{x^S}$ resolviendo el siguiente programa:

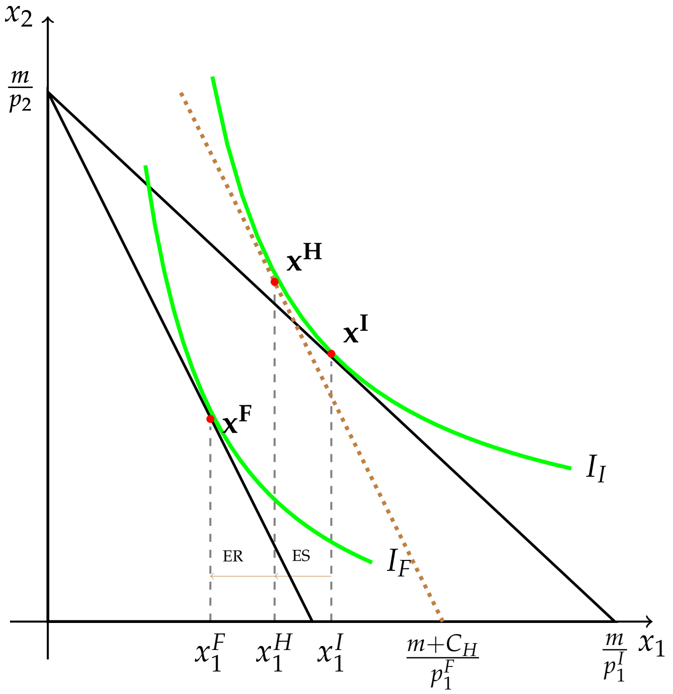


Figura 4.6. ***El efecto sustitución y el efecto renta: criterio de renta real de Hicks.*** Ante el aumento de p_1 desde p_1^I a p_1^F observaremos un descenso de x_{1d} en la cantidad $x_1^F - x_1^I$. Si diésemos al consumidor una cantidad de renta C_H podría para alcanzar el mismo nivel de utilidad que antes del cambio en p_1 comprando la cesta $\mathbf{x}^H$, siendo la cantidad demandada del bien 1 x_1^H. La diferencia $x_1^H - x_1^I$ constituye el efecto sustitución y el resto, $x_1^F - x_1^H$, el efecto renta.

$$\begin{aligned} \max_{x_1,x_2} \quad & U(x_1, x_2) \\ \text{sujeto a:} \quad & p_1x_1 + p_2x_2 = m + C_S. \end{aligned}$$

Puede comprobarse que a partir de las condiciones de primer orden del programa anterior se deriva el siguiente sistema cuya solución nos dará $\mathbf{x^S}$:

$$\boxed{\begin{aligned} RMS_1^2(x_1^S, x_2^S) &= \frac{p_1^F}{p_2} \\ p_1^F x_1^S + p_2 x_2^S &= m + C_H. \end{aligned}}$$

Método de Hicks

En el caso de $\mathbf{x^H}$ podemos apoyarnos en la Figura 4.6 para especificar el programa que nos permita determinarla. En dicha figura podemos apreciar que $\mathbf{x^H}$ es la cesta que, dado el nuevo precio p_1^F, permite alcanzar a un menor coste el mismo nivel de utilidad que tenía el consumidor antes del cambio en el precio $U(\mathbf{x}^I)$. La podemos obtener, por tanto, como la solución la solución del siguiente programa:

$$\begin{aligned} \min_{x_1,x_2} \quad & p_1^F x_1 + p_2 x_2 \\ \text{sujeto a:} \quad & U(x_1,x_2) = U(x_1^I, x_2^I). \end{aligned}$$

Aplicando de nuevo el método de Lagrange, puede comprobarse que de las condiciones de primer orden (para una solución interior) se deriva el siguiente sistema, cuya solución nos dará $\mathbf{x^H}$:

$$\boxed{\begin{aligned} RMS_1^2(x_1^H, x_2^H) &= \frac{p_1^F}{p_2} \\ U(x_1^H, x_2^H) &= U(x_1^I, x_2^I) \quad . \end{aligned}}$$

Las dos ecuaciones de este sistema recogen las dos condiciones que ha de cumplir $\mathbf{x^H}$ en términos del análisis gráfico:

1. Debe ser un punto de tangencia sobre la curva de indiferencia a la que pertenece $\mathbf{x^I}$.

2. Dicha tangencia ha de ser con una recta de balance que refleje los nuevos precios, esto es, con pendiente $-\frac{p_1^F}{p_2}$.

4.3.4 El signo del efecto sustitución y del efecto renta: bienes Giffen

Por el efecto sustitución la cantidad demandada siempre varía en sentido contrario al precio

El análisis gráfico permite apreciar fácilmente que por el efecto sustitución la cantidad demandada siempre variará en sentido contrario al cambio en el precio, y ello tanto si utilizamos el criterio de renta real de Hicks, como si utilizamos el de Slutsky. En el caso que venimos analizando de un aumento del precio, la mayor pendiente (en valor absoluto) de la restricción presupuestaria hace que necesariamente la tangencia que determina la $\mathbf{x^H}$ o $\mathbf{x^S}$ se encuentre a la izquierda de la $\mathbf{x^I}$. Esto es, ante un aumento de p_1 el efecto sustitución siempre supondrá un descendo en x_1^d. Lo contrario ocurriría ante un descenso en p_1: la tangencia que determina la $\mathbf{x^H}$ o $\mathbf{x^S}$ necesariamente se encontrará a la derecha de $\mathbf{x^I}$, suponiendo por tanto un aumento en x_1^d.

Por tanto, si mantenemos la renta real del consumidor constante, un aumento del precio relativo necesariamente provoca un descenso de la cantidad demandada del bien y un descenso del precio un aumento de la misma. En otras palabras, por el efecto sustitución la cantidad demandada siempre varía en sentido contrario al cambio en el precio.

Prof. Pedro Álvarez Causelo
Departamento de Economía - Universidad de Cantabria

El signo del efecto renta depende de que el bien sea normal o inferior

Nos preguntamos ahora por el sentido del efecto renta, esto es, en que sentido cabe esperar que varía la cantidad demandada si tenemos en cuenta únicamente el efecto del cambio en el precio sobre la renta real del consumidor. Si consideramos de nuevo el caso de una subida en el precio, podemos hacer el siguiente razonamiento en dos pasos:

- Al subir el precio la renta real del consumidor disminuye, disminución que aproximamos en términos monetarios por $-C_S$, si utilizamos el criterio de renta real de Slutsky, o por $-C_H$,si utilizamos el de Hicks.
- Ante un descenso en la renta monetaria la cantidad demandada del bien 1 disminuirá, si es un bien normal, o aumentará, si es un bien inferior.

En resumen, ante el aumento del precio el efecto renta provocará un descenso de la cantidad demandada si el bien es normal o un aumento si el bien es inferior.

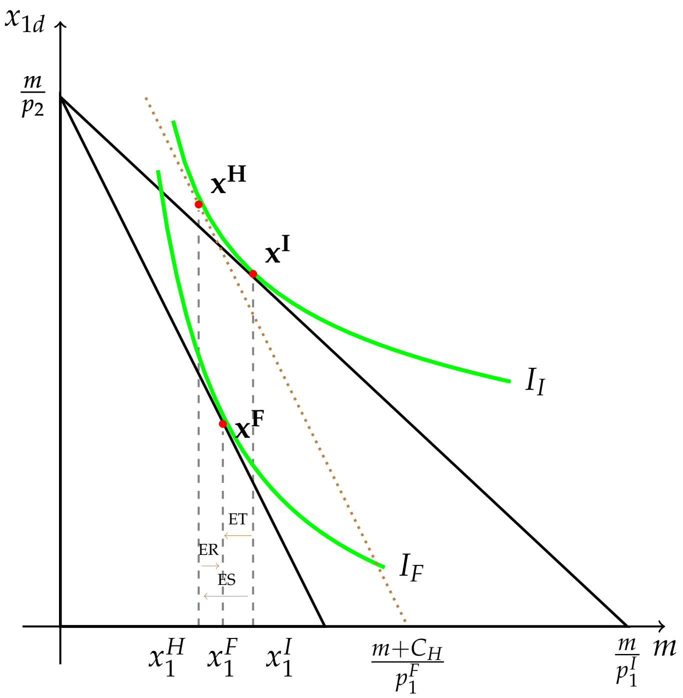


Figura 4.7. ***El efecto sustitución y el efecto renta: el caso de un bien inferior.*** Si aproximamos el efecto de la subida en el precio sobre la renta real por $-C_H$, el efecto renta supondría un aumento de la cantidad demandada desde x_1^H hasta x_1^F que contrarrestaría, en este caso parcialmente, al efecto sustitución.

De nuevo, si en lugar de un aumento del precio tenemos un descenso del mismo, los cambios serán de sentido contrario: el descenso del precio provoca un aumento de la renta real del consumidor que dará lugar a un aumento de la cantidad demandada, si el bien es normal, o a un descenso de la misma, si el bien es inferior.

Prof. Pedro Álvarez Causelo
Departamento de Economía - Universidad de Cantabria

En conclusión, por el efecto renta nos encontraremos con que si el bien es normal la cantidad demandada variará en sentido contrario al precio, mientras que si es inferior variará en el mismo sentido.

La ley de la demanda y la paradoja de Giffen

Si nos plantemos como cambiaría la cantidad demandada de un bien por parte de un consumidor ante una variación de su precio , *ceteris paribus*, parece lógico esperar una variación de la misma en sentido contrario. En otras palabras, esperamos que se cumpla la denominada *ley de la demanda*: ante una variación en el precio de un bien, *ceteris paribus*, la cantidad demandada del mismo por el consumidor cambiará siempre en sentido contrario.

¿Podemos obtener esta conclusión del análisis teórico que acabámos de realizar en términos del efecto sustitución y del efecto renta? Dicho análisis nos ha permitido concluir que para bienes normales el efecto renta y el efecto sustitución tienen el mismo sentido, sin embargo, si el bien es inferior ambos efectos tendrán sentido contrario. Por tanto, el análisis teórico permite la posibilidad de que no se cumpla la *ley de la demanda*: ante un cambio en el precio de un bien el efecto renta podría ser de sentido contrario al efecto sustitución (para ello debe tratarse, por tanto, de un bien inferior) y suficientemente grande como para que la variación conjunta de la cantidad demandada tenga el mismo sentido que el cambio en el precio. Para referirnos a esta posibilidad teórica, que para un determinado bien un cambio en su precio provoque una variación en el mismo sentido de la cantidad comprada del mismo, se suele hablar de paradoja de Giffen o de bien Giffen[8]

La posibilidad de observar en la realidad una situación como la recogida en la paradoja de Giffen parece remota. En cualquier caso, el análisis teórico pone claramente de manifiesto las condiciones que tendrían que darse:

1. Ha de ser un bien inferior, de tal forma que el efecto renta tenga sentido contrario al efecto sustitución.
2. Ha de ser un bien cuya demanda sea muy sensible a los cambios en la renta, de tal forma que el efecto renta sea lo suficientemente grande como para compensar el efecto sustitución.

Ejercicio 4.3.3 *Represente gráficamente el efecto sustitución y el efecto renta para el caso de un bien Giffen en el caso de un descenso de p_1.*

[8] El nombre de bien Giffen fue utilizado por primera vez por el famoso economista Alfred Marshall (1842-1924) en reconocimiento al estadístico británico Robbert Giffen (1837-1910). Este último fue el primero en presentar un caso que parecía incumplir la *ley de la demanda*. En su estudio sobre el mercado de las patatas en Irlanda, observó que ante un aumento importante de su precio, derivado de una serie de malas cosechas, el consumo de las mismas por parte de los campesinos irlandeses parecía haber aumentado. Aparentemente, lo que había ocurrido es que ante la pérdida de poder adquisitivo habían tenido que dejar de consumir otros alimentos más caros y aumentar el peso de las patatas en su dieta.

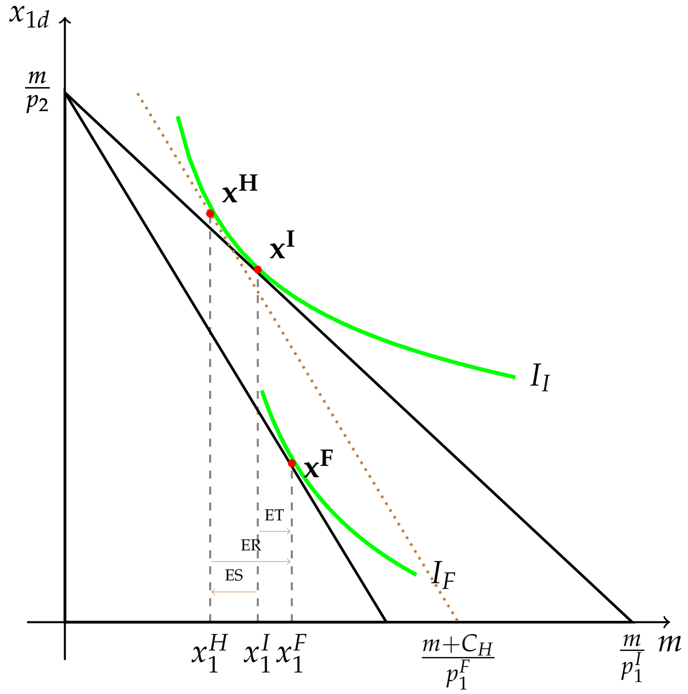


Figura 4.8. ***El efecto sustitución y el efecto renta: el caso de un bien Giffen.*** Ante una subida en el precio desde p_1^I hasta p_1^F se produce una aumento de la cantidad demandada en la cuantía $x_1^F - x_1^I$. El descenso en la cantidad demandada provocado por el efecto sustitución $x_1^H - x_1^I$ se ve en este caso contrarrestado totalmente por un efecto renta $x_1^F - x_1^H$ que tiene sentido contrario y es mayor en valor absoluto.

Ejercicio **4.3.4** *Considere una familia que asigna una cantidad fija de dinero semanal a la compra de alimentos. Suponga que se produce una subida importante del precio de la carne de cerdo, ¿qué significaría afirmar que la carne de cerdo es un bien Giffen para dicha familia? ¿Cree usted que esa situación puede darse en el mundo real?*

4.3.5 La ecuación de Slutsky

La descomposición del efecto total en el efecto sustitución y en el efecto renta suele presentarse en términos matemáticos a partir de la denominada **ecuación de Slutsky**. Dicha ecuación es en realidad una identidad que establece que el efecto total es siempre la suma del efecto sustitutición y del efecto renta, precisando un poco más sobre los determinantes de la magnitud del efecto renta.

Ante una variación en p_1 siempre se cumplirá:

$$\triangle x_{1d} = (\triangle x_{1d})_{\text{ES}} + (\triangle x_{1d})_{\text{ER}}.$$

Si aproximamos la variación en la renta real del consumidor provocada por el cambio en el precio por $-\triangle p_1 x_1^I$, el efecto renta lo podemos poner como:

$$(\triangle x_{1d})_{\text{ER}} = -\triangle p_1 x_1^I \frac{\triangle x_{1d}}{\triangle m},$$

y sustituyendo:

$$\triangle x_{1d} = (\triangle x_{1d})_{\text{ES}} - \triangle p_1^I x_1 \frac{\triangle x_{1d}}{\triangle m}.$$

Dividiendo los dos lados por $\triangle p_1$ (recogerán las variaciones en tasas, esto es, por cada unidad monetaria de variación en p_1) obtenemos la ecuación de Slutsky en su forma de presentación más habitual:

$$\boxed{\frac{\triangle x_{1d}}{\triangle p_1} = (\frac{\triangle x_{1d}}{\triangle p_1})_{\text{ES}} - x_1 \frac{\triangle x_{1d}}{\triangle m}.} \tag{4.2}$$

La Ecuación 4.2 permite apreciar de manera inmediata algunos resultados que ya hemos comentado anteriormente:

- La variación en la renta real que provoca el cambio en el precio tiene signo contrario al cambio en el precio y su magnitud dependerá de la cantidad del bien que este comprando inicialmente el consumidor. Así, ante una subida del precio sabemos que la renta real disminuirá y que lo hará de manera directamente proporcional a la cantidad del bien que estuviese comprando.
- Dado que el efecto sustitución siempre tiene signo negativo, siempre que el bien sea normal se cumplirá la *ley de la demanda*: la cantidad demandada variará en sentido contrario al precio.
- La paradoja de Giffen surgiría si se diesen las dos condiciones siguientes:
  1. Qué el bien sea inferior, de tal forma que $\frac{\triangle x_1}{\triangle m}$ tenga signo negativo, lo que a su vez hará que el efecto renta tenga signo contrario al efecto sustitución.
  2. Qué el efecto renta sea mayor en valor absoluto que el efecto sustitución, lo que provocará que la variación total tenga el mismo sentido que el cambio en el precio. A su vez podemos apreciar en la ecuación que para que el efecto renta sea grande han de serlo x_1 (debe tratarse de un bien del que estemos comprando una cantidad elevada) y $\frac{\triangle x_1}{\triangle m}$ (debe ser un bien cuya demanda sea muy sensible a los cambios en la renta).

Prof. Pedro Álvarez Causelo
Departamento de Economía - Universidad de Cantabria

4.4 Ejercicios

Ejercicio 4.4.1 *Dada la función de utilidad* $U(x_1, x_2) = \alpha \ln x_1 + (1-\alpha)\ln x_2$ *compruebe que las funciones de demanda que obtendría a partir de la misma coinciden con las que se obtendrían a partir de la función Cobb-Douglas* $U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$. *Explique detenidamente las razones de esa coincidencia.*

Ejercicio 4.4.2 *Determine gráficamente la forma de la curva renta-consumo y de la curva de Engel para el bien 1 bajo el supuesto de preferencias cuasi-lineales:* $U(x_1, x_2) = V(x_1) + x_2$.

Ejercicio 4.4.3 *Dada la función de utilidad:* $U(x_1, x_2) = 2x_1x_2 + 4x_2$

- *Determine la forma de la función de demanda del consumidor para el bien* 1.
- *Utilice dicha función de demanda para calcular el efecto sustitución y el efecto renta ante un aumento del precio del bien* 1 *de* 2 *a* 3 um. *Utilice el criterio de renta real de Slutsky y suponga* $m = 48$ um *y* $p_2 = 2$ um.

Ejercicio 4.4.4 *Dada la función de utilidad:* $U(x_1, x_2) = ax_1 - \frac{1}{2}bx_1^2 + x_2, \qquad a, b > 0$

a. *Obtenga la función de demanda para el bien 1.*

b. *Suponga* $a = 30$ *y* $b = 2$ *y que el individuo dispone de una renta de 200* um.

b.1. *¿Cuánto valdrán el efecto sustitución y el efecto renta ante un aumento de* p_1 *de 16* um *a 20* um*?*

b.2. *Determine la variación en el excedente del consumidor para dicho cambio en el precio. [Nota: Considere el bien 2 como numerario (*$p_2 = 1$ um.*)]*

Ejercicio 4.4.5 *Suponga que un consumidor esta asignando una cantidad fija de renta* (m) *al consumo mensual de un determinado producto del que existen dos gamas: alta (bien* 1*) y baja (bien* 2*). En el momento actual esta adquiriendo una determinada cantidad de la gama alta del producto gastando el resto en la gama baja. Diga si considera verdadera o falsa la siguiente afirmación, razonando detenidamente su respuesta:*
"Un aumento del precio de la gama baja del producto hará que el consumidor aumente el consumo de la gama alta del mismo"

Ejercicio 4.4.6 *Apoyándose en una gráfica, argumente si considera correcta o no la siguiente afirmación:*
"Si 1 *es un bien normal, ante un aumento de su precio el efecto renta será mayor si se determina utilizando el método de Hicks que si se utiliza el método de Slutsky"*

Ejercicio 4.4.7 *Considere el problema de elección del consumidor en relación con la asignación de sus ingresos anuales a consumo presente (bien 1) y ahorro o consumo futuro (bien 2). Dado que el tipo de interés puede considerarse el precio o* coste de oportunidad *del consumo presente en términos de consumo futuro, ante una subida del mismo, ¿en que consistirían el efecto sustitución y el efecto renta? Trate de explicar los determinantes del signo de cada uno de los dos efectos.*

Ejercicio 4.4.8 *Suponga que las preferencias del consumidor vienen dadas por la función de utilidad* $U(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$ *y que* $p_1 = p_2$. *¿Cómo sería la curva renta consumo del bien 1? ¿Y la curva de Engel?*

Ejercicio 4.4.9 *Considere el estudiante universitario* representativo *y ponga para él ejemplos de:*

a. *Bienes inferiores y bienes normales.*

b. *Bienes que sean complementarios entre sí y bienes que sean sustitutivos.*

Prof. Pedro Álvarez Causelo
Departamento de Economía - Universidad de Cantabria

c. *Un bien Giffen (si cree que no existe ninguno para el estudiante representativo trate de buscar condiciones en las que algún bien pudiera serlo).*

Ejercicio 4.4.10 *Suponga que las preferencias de un consumidor vienen dadas por la función de utilidad* $U(x_1, x_2) = \alpha \ln(x_1 - x_1^0) + (1-\alpha)\ln(x_2 - x_2^0)$. *Se pide:*

1. *Encuentre una función de utilidad que recoja las mismas preferencias.*
2. *Demuestre que el gasto que realizará el consumidor en cada uno de los bienes es una función lineal de los precios y de la renta.*

Prof. Pedro Álvarez Causelo
Departamento de Economía - Universidad de Cantabria