A blue triangle with a fine grid pattern, pointing downwards, located on the left side of the slide.

Capítulo 4

Utilidad

Funciones de Utilidad

- ◆ Una función de utilidad $U(x)$ **representa** una relación de preferencias si y sólo si:

$$- \quad x' \succ x'' \iff U(x') > U(x'')$$

$$- \quad x' \prec x'' \iff U(x') \prec U(x'')$$

$$- \quad x' \sim x'' \longleftrightarrow U(x') = U(x'').$$

- ◆ La utilidad es un concepto **ordinal**
- ◆ si $U(x) = 6$ y $U(y) = 2$, entonces la combinación x es estrictamente preferida a y . Sin embargo, no es cierto que la combinación x es tres veces preferida frente a la combinación y .

Funciones de Utilidad y Curvas de Indiferencia

- ◆ Considere las combinaciones $(4,1)$, $(2,3)$ y $(2,2)$.
- ◆ Supongamos que $(2,3) \succ (4,1) \sim (2,2)$.

- Ahora vamos a asignar a estas combinaciones cualquier número que mantenga el orden de preferencias:

$$U(2,3) = 6 \text{ y } U(4,1) = U(2,2) = 4.$$

- Llamamos a estos números **niveles de utilidad**.

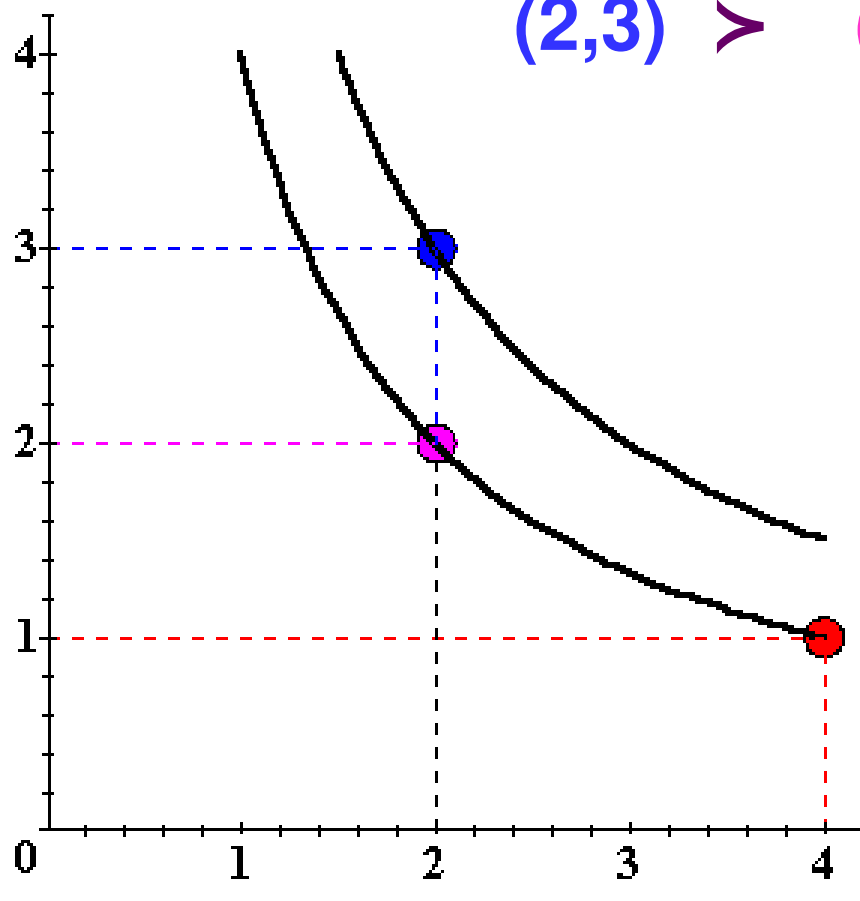
- ♦ **Una curva de indiferencia contiene combinaciones que son igualmente preferidas.**
- ♦ **Las combinaciones son igualmente preferidas si y sólo si tienen el mismo nivel de utilidad.**

- En consecuencia, todas las combinaciones en una curva de indiferencia, tienen el mismo nivel de utilidad.**

- ◆ Y entonces las combinaciones (4,1) y (2,2) se encuentran sobre la misma curva de indiferencia con un nivel de utilidad $U \equiv 4$, mientras que la combinación (2,3) se encuentra sobre una curva de indiferencia con un mayor nivel de utilidad $U \equiv 6$.

**– Sobre un mapa de curvas de
indiferencia, las preferencias aparecen
como:**

x_2

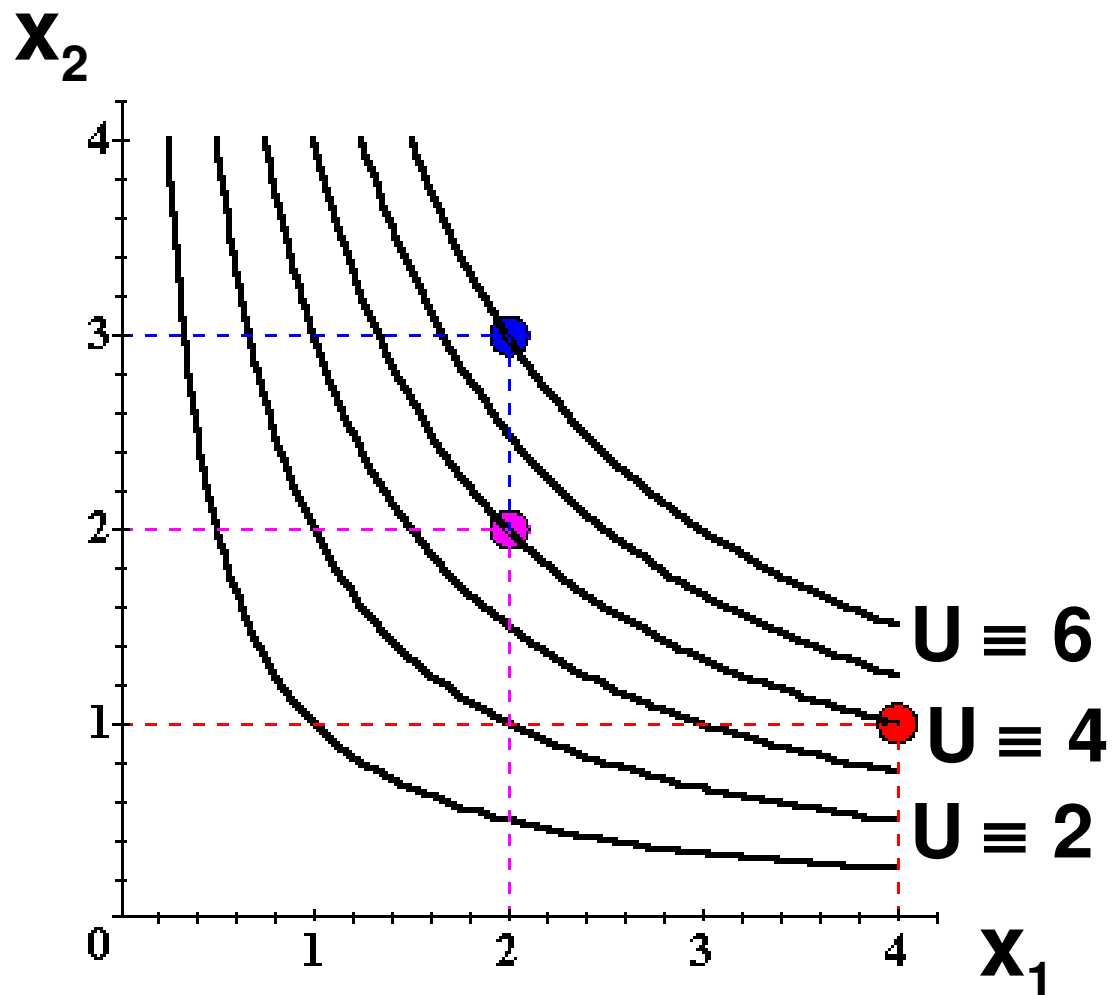


$(2,3) \succ (2,2) \sim (4,1)$

$U \equiv 6$

$U \equiv 4$

x_1



♦ $U(x_1, x_2) = x_1 x_2 \quad \longrightarrow (2,3) \succ (4,1) \sim (2,2).$

**– Ahora vamos a
definir la función
 $W = 2U + 10$.**

◆ $W(x_1, x_2) = 2x_1x_2 + 10$ 

$$W(2,3) = 22$$

$$\text{y } W(4,1) = W(2,2) = 18.$$

De nuevo:

$$(2,3) \succ (4,1) \sim (2,2).$$

- La función W preserva el mismo orden de preferencias que la función U y entonces representan las mismas preferencias.

Bienes, males y neutros

- ◆ **Un bien es un bien cuando al incrementarse la cantidad se incrementa el nivel de utilidad.**

- Un bien es un mal cuando al incrementarse la cantidad disminuye el nivel de utilidad.**

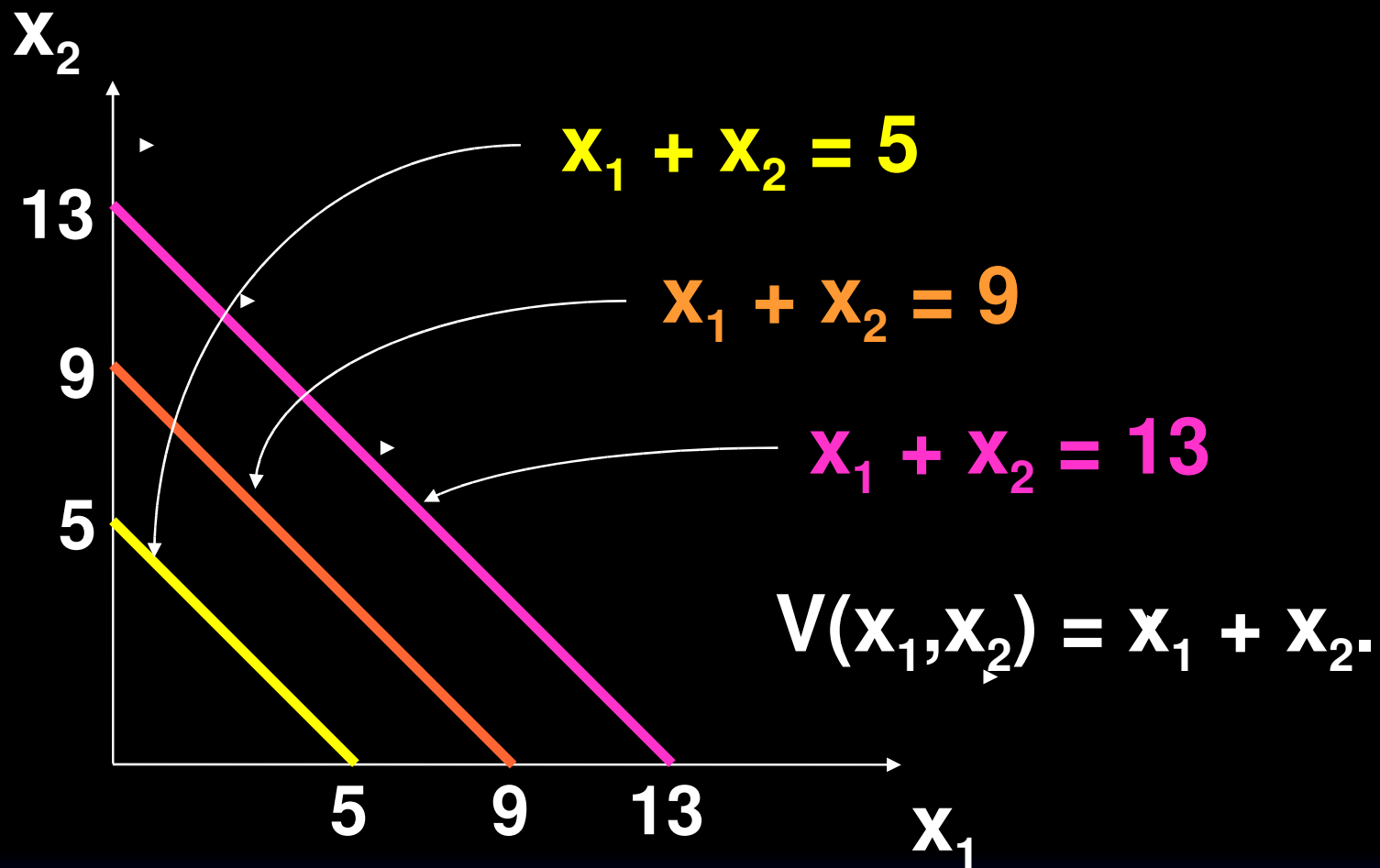
- Un bien es neutro cuando al incrementarse la cantidad el nivel de utilidad no cambia.**

Algunas funciones de utilidad y sus curvas de indiferencia

- ◆ En lugar de la función $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$ vamos a considerar la función

$$V(x_1, x_2) = x_1 + x_2.$$

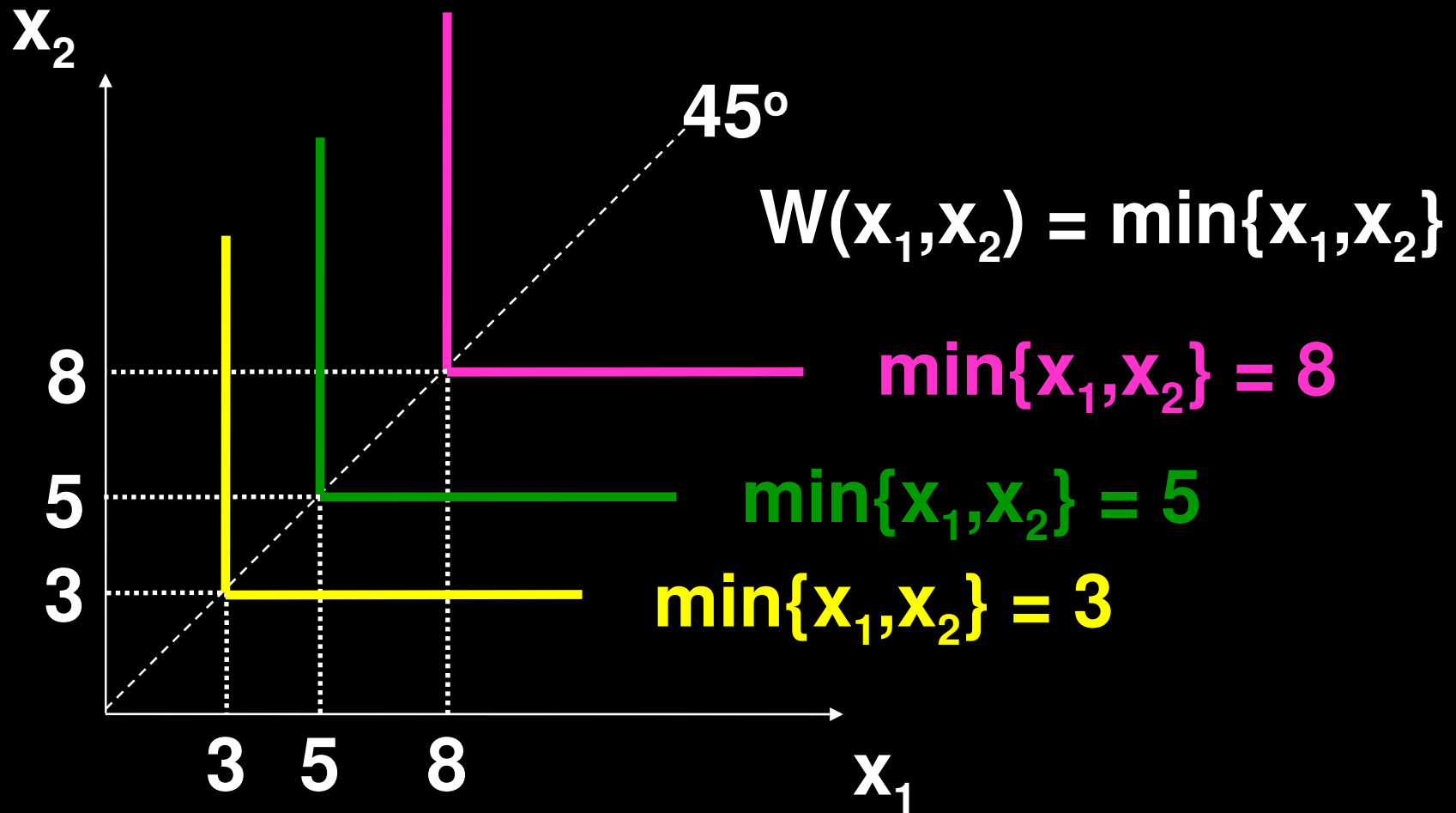
¿Cómo es esta función de utilidad para bienes “sustitutos perfectos”



Todas son lineales y paralelas

- ◆ Ahora en lugar de la función $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$ ó la función $V(x_1, x_2) = x_1 + x_2$, vamos a considerar la función $W(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$.

¿Cómo es esta función de utilidad para bienes “complementarios perfectos” ?



Todas son ángulos rectos con vértices sobre un rayo desde el origen

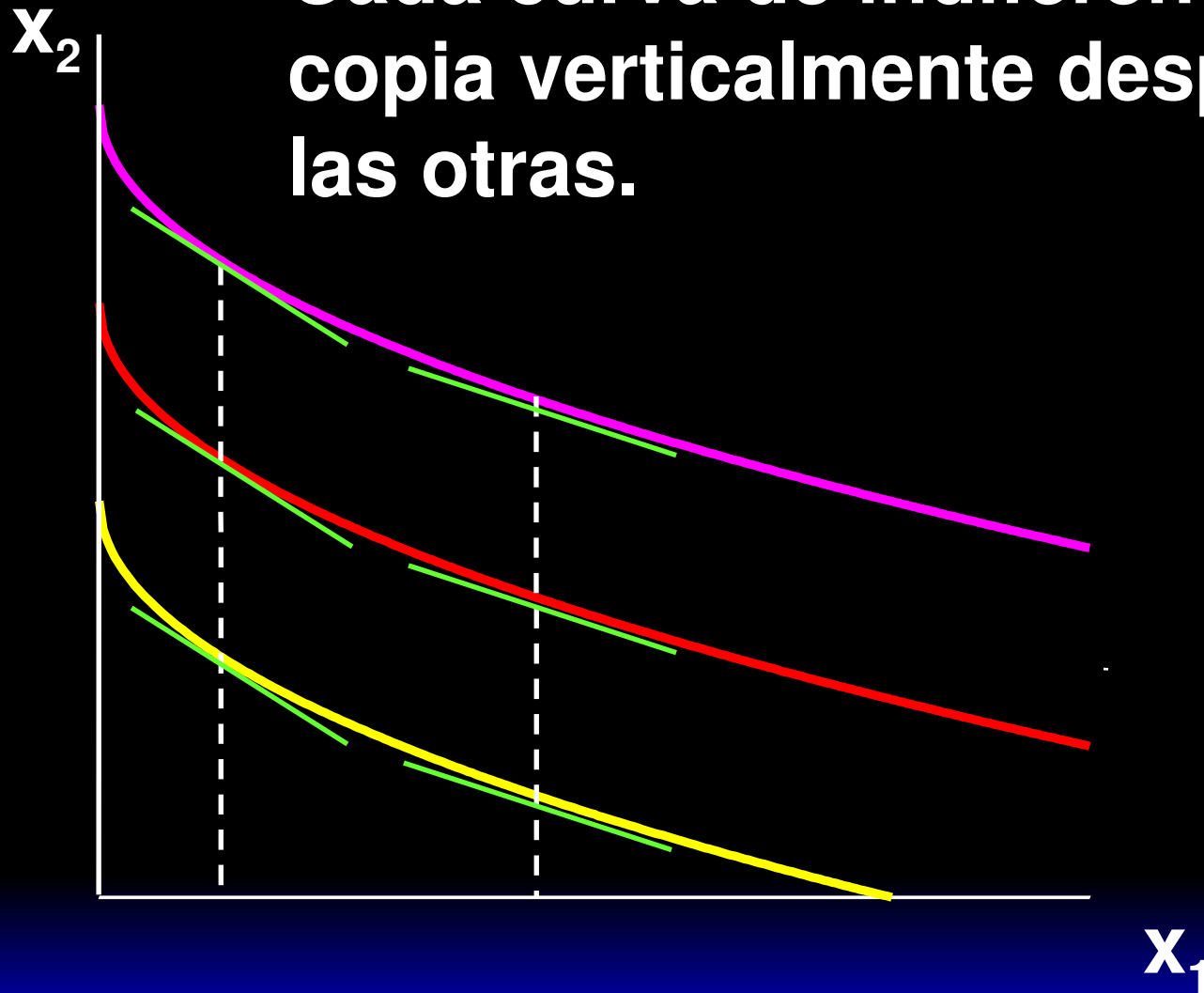
- ◆ Una función de utilidad de la forma

$$U(x_1, x_2) = f(x_1) + x_2$$

lineal en x_2 se conoce como **cuasi-lineal**.

$$U(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = 2\mathbf{x}_1^{1/2} + \mathbf{x}_2.$$

Cada curva de indiferencia es una copia verticalmente desplazada de las otras.



- ♦ Una función de utilidad de la forma

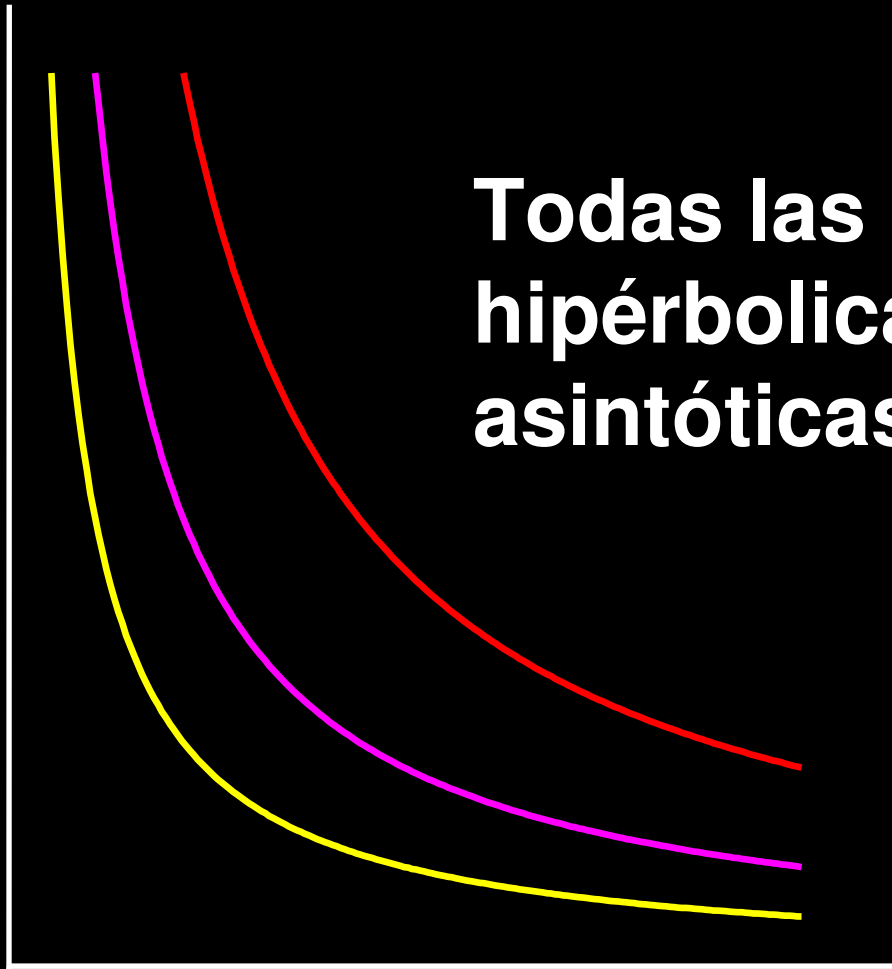
$$U(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

con $a > 0$ y $b > 0$ se conoce como
Cobb-Douglas .

$$\mathbf{U}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \mathbf{x}_1^{1/2} \mathbf{x}_2^{1/2} \quad (\mathbf{a} = \mathbf{b} = 1/2)$$

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2^3 \quad (\mathbf{a} = 1, \mathbf{b} = 3)$$

x_2



**Todas las curvas son
hipérbolicas
asintóticas a los ejes.**

x_1

Utilidad Marginal

$$UMg_i = \frac{\partial U}{\partial x_i}$$

- ◆ **Marginal significa “incremental”.**
- ◆ **La utilidad marginal es la tasa de cambio de la utilidad total cuando cambia la cantidad del bien i .**

Marginal Utilities

◆ si $U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^2$ entonces

$$UMg_1 = \frac{\partial U}{\partial x_1} = \frac{1}{2} x_1^{-1/2} x_2^2$$

♦ **Si $U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^2$ entonces**

$$MU_2 = \frac{\partial U}{\partial x_2} = 2x_1^{1/2} x_2$$

◆ **Entonces si $U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^2$**

$$UMg_1 = \frac{\mathcal{U} U}{\mathcal{U} x_1} = \frac{1}{2} x_1^{-1/2} x_2^2$$

$$UMg_2 = \frac{\mathcal{U} U}{\mathcal{U} x_2} = 2x_1^{1/2} x_2$$

Utilidad Marginal y tasa marginal de sustitución

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 = 0$$

- ♦ La ecuación general para una curva de indiferencia es

$$U(x_1, x_2) \equiv k$$

donde k es una constante.

Tomando la diferencial total

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 = 0$$

Y reordenando

$$\frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 = - \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1$$

y

$$\frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 = - \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1$$

reordenando

$$\frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2}.$$

Y esta la TMS (TSC)

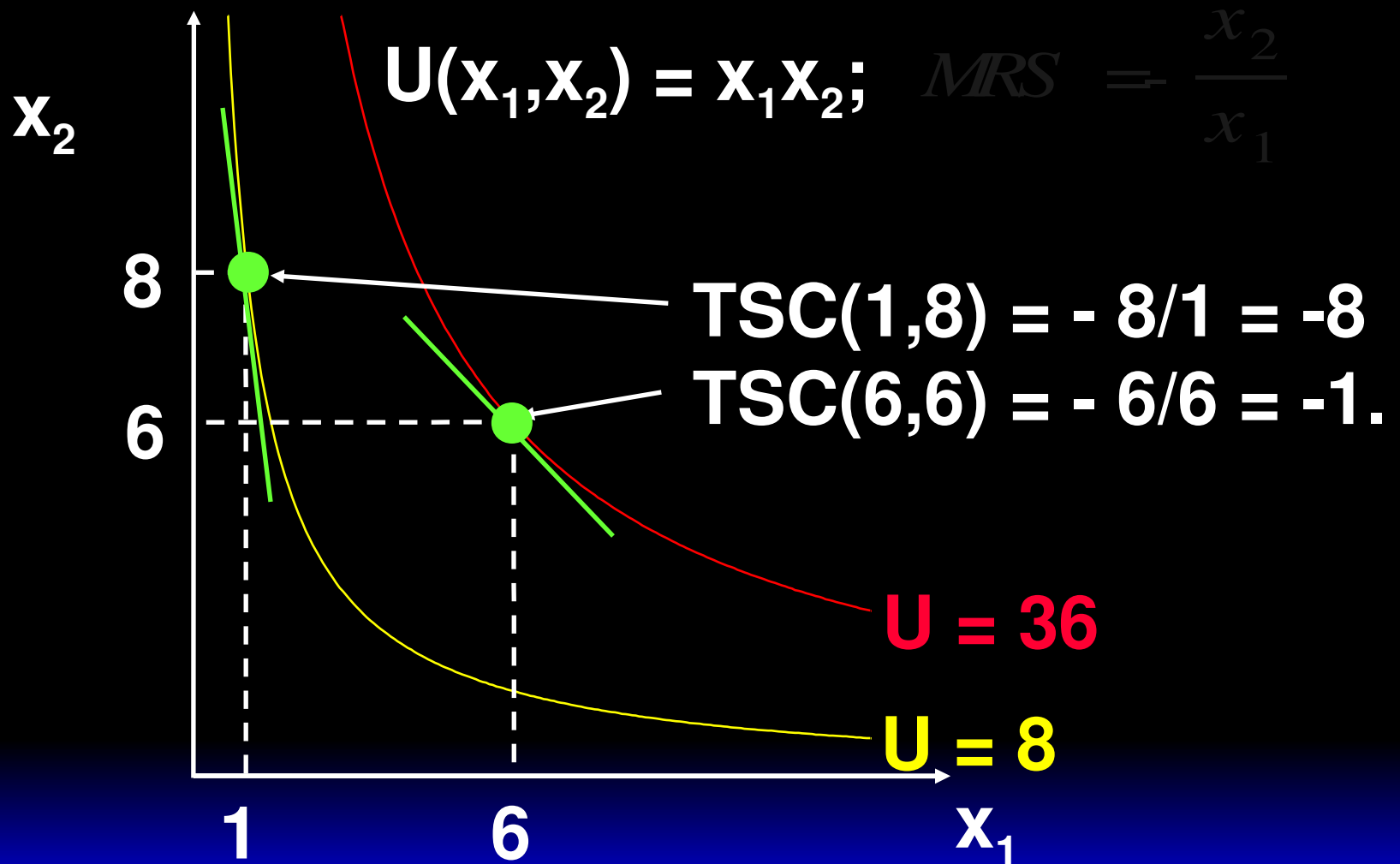
◆ Si $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Entonces

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = (1)(x_2) = x_2$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_2} = (x_1)(1) = x_1$$

y

$$TSC = \frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} = \frac{x_2}{x_1}.$$



TSC y funciones de utilidad cuasilineales

◆ Si $U(x_1, x_2) = f(x_1) + x_2$

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = f'(x_1)$$

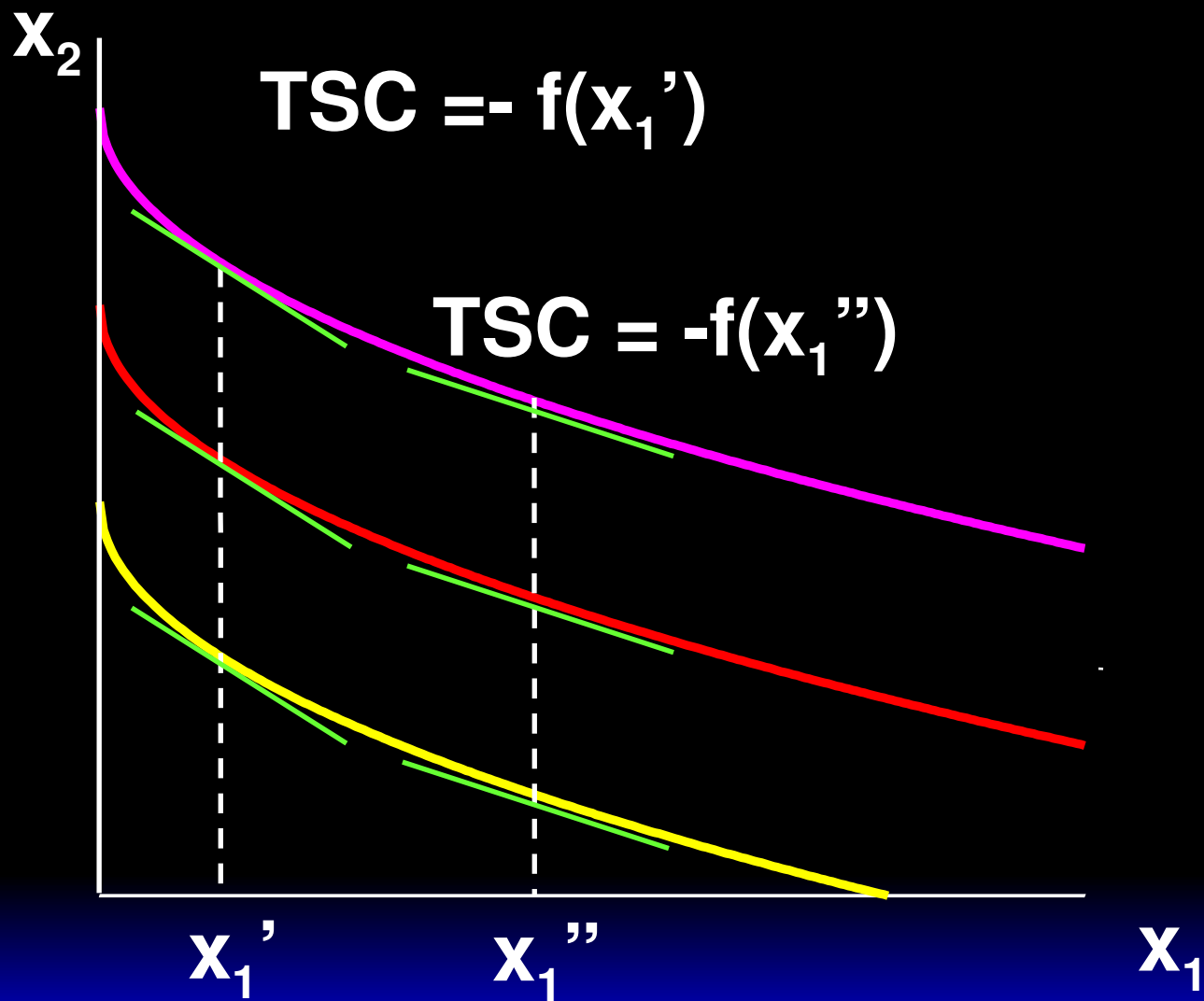
$$\frac{\partial U}{\partial x_2} = 1$$

y

$$TSC = \frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} = f'(x_1)$$

- ◆ **TSC = - $f'(x_1)$ no depende de x_2 y entonces las pendientes de las curvas de indiferencia son constantes a lo largo de cualquier línea para la que x_1 es constante.**

**Entonces ¿cómo es el mapa de curvas de
indiferencia de una función de utilidad
cuasilineal?**



Transformaciones monotónicas y TSC

- ◆ **Al aplicar una transformación monotónica a una función de utilidad que representa una relación de preferencias, se obtiene otra función de utilidad que representa la misma relación de preferencias.**

¿Qué sucede con la TSC cuando se aplica una transformación monotónica?

- ◆ Si $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$ la TSC = $-x_2/x_1$.
- ◆ Creamos $V = U^2$; $V(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$. ¿cuál es la TSC para V ?

$$TSC = - \frac{\partial V / \partial x_1}{\partial V / \partial x_2} = - \frac{2x_1 x_2^2}{2x_1^2 x_2} = - \frac{x_2}{x_1}$$

La misma que para U .

Capítulo 5

Óptimo del Consumidor